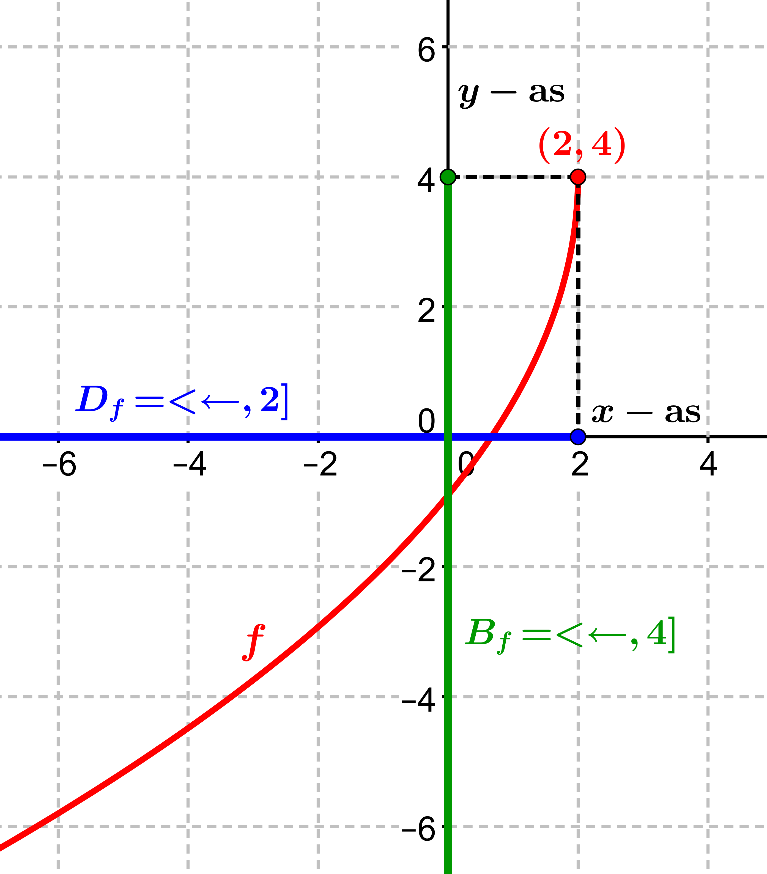
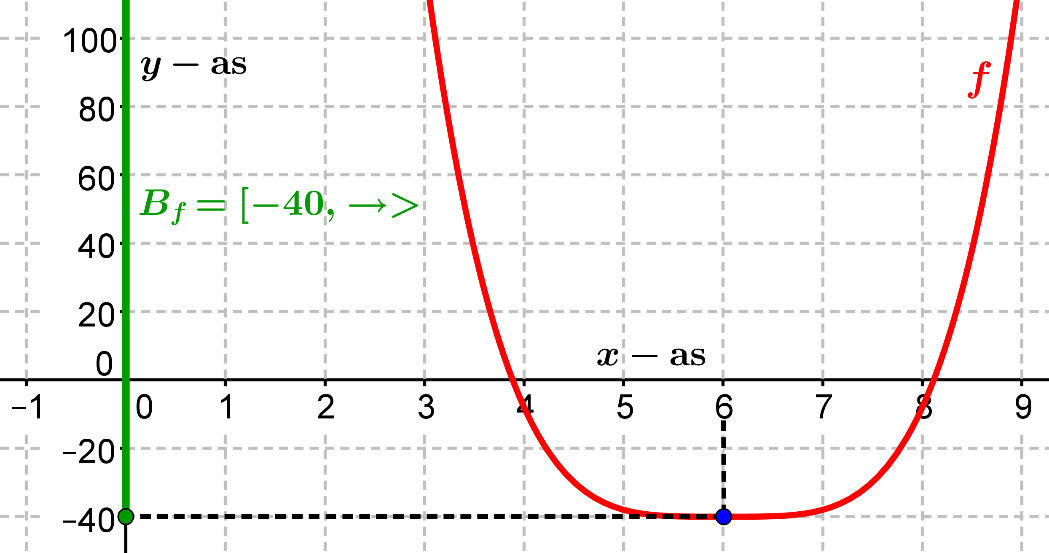
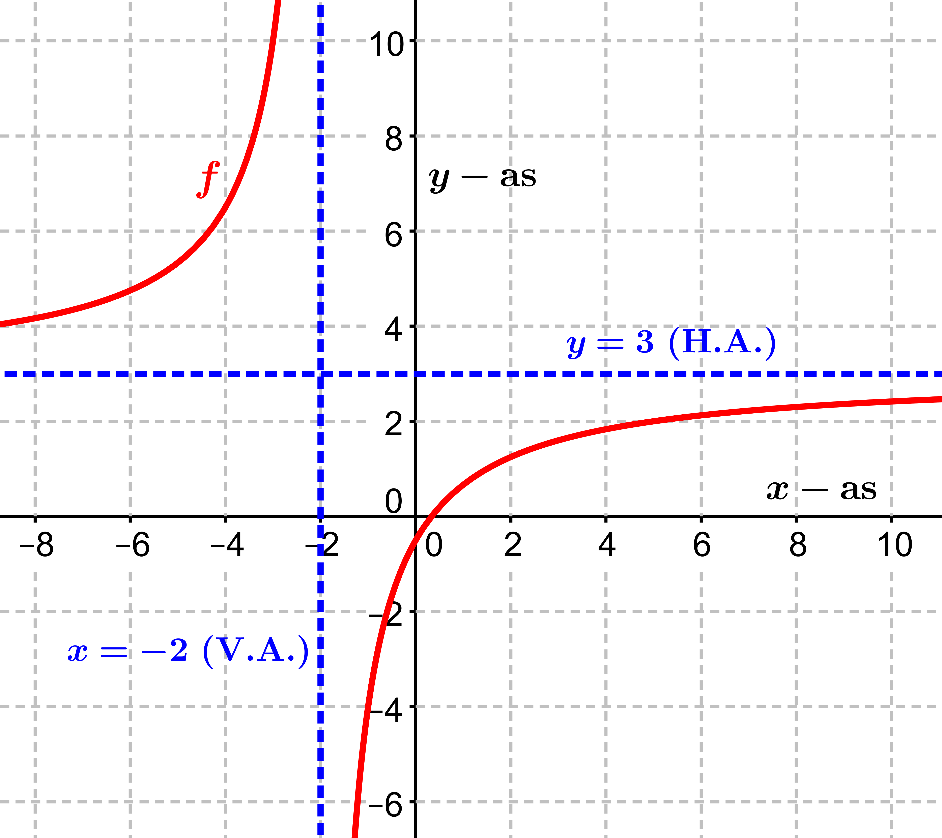
**Domein en bereik van functies**

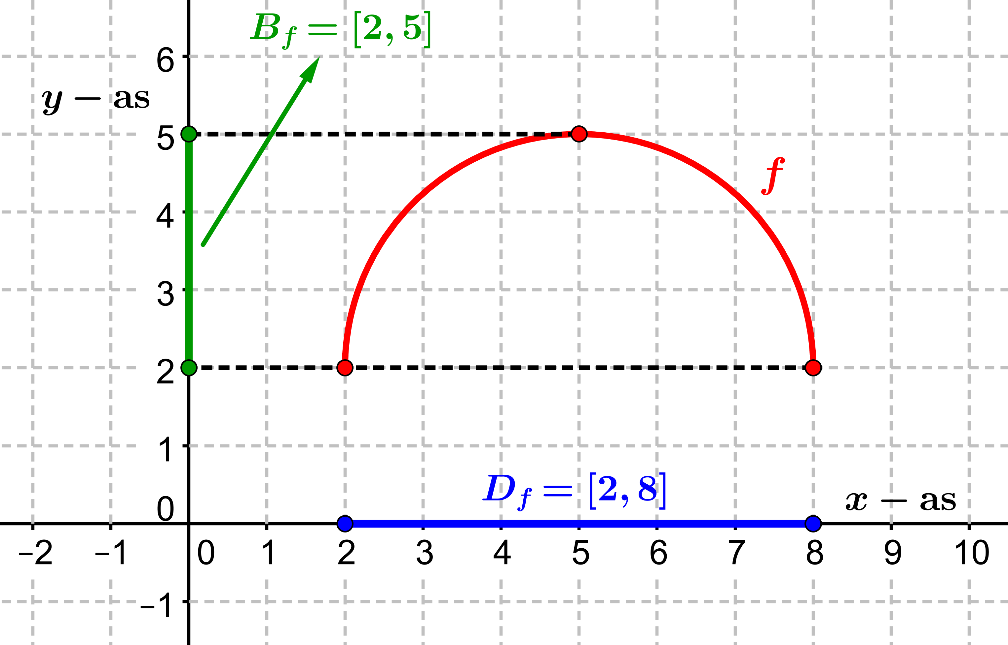
|  |  |
| --- | --- |
| Als we de grafiek van een functie, bijvoorbeeld willen tekenen, dan nemen we meestal alle mogelijke waarden, waarvoor de bijbehorende waarden bestaan. | |
| De waarden die we toelaten voor bij een bepaalde functie vormen het **domein** van die functie. Als het domein bestaat uit alle mogelijke getallen op de , dan zeggen dat het domein gelijk is aan  (de verzameling van alle reële getallen). Het domein van een functie geven we aan met . Hiernaast staat een deel van de grafiek van waarbij . |  |

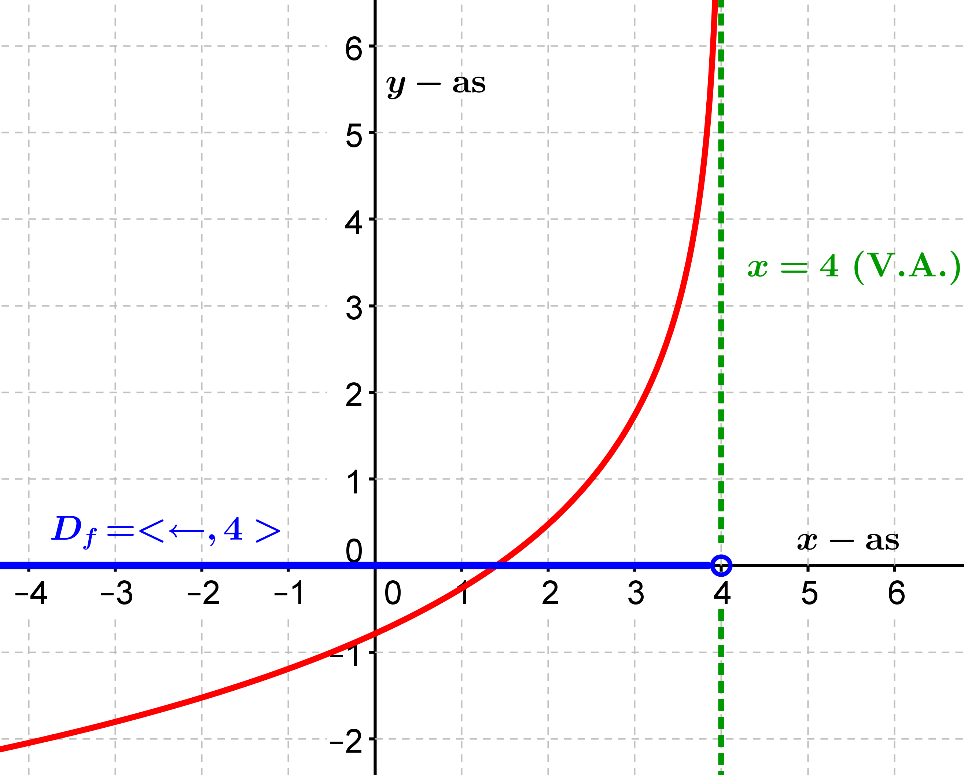
|  |  |
| --- | --- |
| In bepaalde gevallen willen we een ander domein kiezen. Stel bijvoorbeeld dat we voor de bovenstaande functie nemen (het interval van tot ).  Dan wordt de grafiek zoals hiernaast is weergegeven. De verzameling van alle waarden die functie bij het gekozen domein kan aannemen wordt het **bereik** van genoemd, en we noteren dit als .  In dit geval geldt dat . |  |

Het bereik van een functie, behorend bij een zeker domein, kan slechts goed bepaald worden indien een duidelijke schets is getekend. We zien dat hier de laagste waarde waarde gelijk is aan  
 (met de GR te vinden via G-Solve → Y-CAL → ). De hoogstewaarde wordt hier gevonden door de hoogte van de top te berekenen. Indien het m.b.v. de GR mag, dan kan dit via  
G-Solve → MAX. Indien het algebraïsch moet, dan dient men de functie te differentiëren en de afgeleide gelijk aan te stellen. Bij de waarde die voldoet aan dient men tenslotte de bijbehorende waarde uit te rekenen.  
 **Opmerking**  
Het minimum bij (in het voorgaande voorbeeld) kan met de GR niet via   
G-Solve → MIN gevonden worden. Bij G-Solve → MIN zoekt de GR namelijk slechts naar waarden waar de grafiek een dal heeft, dus waar de grafiek overgaat van dalend naar stijgend.  
  
Als een functie gegeven is en er gevraagd wordt naar het domein van die functie, dan wordt er bedoeld dat we de maximale verzameling van waarden zoeken waarvoor bestaat.  
  
**Voorbeeld 1**  
Gegeven is de functie .  
Bepaal en .  
  
**Oplossing**  
Algemeen geldt dat precies dan bestaat als .  
Voor de waarden van het domein geldt daarom dat . Dit oplossen geeft , dus . Hiermee is gevonden dat .   
Om het bereik te bepalen, moeten we een schets maken van de grafiek van .   
  
Het beginpunt van de grafiek is het punt , omdat .  
Uit de schets lezen we af dat .  
  
  
**Voorbeeld 2**  
Bepaal het domein en het bereik van de functie .  
**Oplossing**  
 bestaat duidelijk voor elk reëel getal , dus .  
We maken een schets van de grafiek van .  
  
Het laagste punt van de grafiek is en .  
 **Voorbeeld 3**Bepaal het domein en het bereik van de functie .  
  
**Oplossing**  
 bestaat voor alle , behalve , dus (d.w.z. met daaruit weggelaten .  
 kan alle waarden bereiken, behalve (de lijn is een H.A. van de grafiek van ).   
Hieruit volgt dat .  
  


**Voorbeeld 4**  
Bepaal het domein en het bereik van de functie .

|  |  |
| --- | --- |
| **Oplossing**  bestaat duidelijk voor elk reëel getal , dus . De lijn is een H.A. van de grafiek van . We maken een schets van de grafiek van .  Uit de schets blijkt dat. |  |

**Voorbeeld 5**Bepaal het domein en het bereik van de functie .  
  
**Oplossing**  
We bepalen eersthet domein: , , , .  
Dit geeft . We maken een schets van de grafiek van .  
  
****  
  
Hieruit lezen we af dat .

**Voorbeeld 6**Bepaal het domein en het bereik van de functie .  
  
**Oplossing**  
Algemeen geldt dat (waarbij en ) precies dan bestaat als .  
Voor de waarden van het domein geldt daarom dat . Dit oplossen geeft , dus . Hiermee is gevonden dat . We maken een schets van de grafiek van .  
  
Hieruit blijkt dat.  
  
We geven nu wat algemenere resultaten voor bepaalde klassen functies.  
  
**A)** waarbij en .  
We bepalen eerst het domein van . Er moet gelden dat , dus .  
Dit geeft dat als en als . We vinden derhalve dat  
 als en als .   
Voor het bereik is het eenvoudig om in te zien dat als en als .  
  
**B)** , waarbij en ; verder is een positief geheel getal.  
In alle gevallen geldt dat . Voor het bepalen van het bereik onderscheiden we  
1) is oneven. De grafiek van heeft dan een (uitgerekte) S-vorm en .  
2) is even. In dit geval heeft een extreme waarde bij en wel een minimum als  
 en een maximum als . Dit geeft dat als en als .  
  
**C)** , waarbij we aannemen dat en dat de teller geen constant veelvoud is van de noemer (in welk geval de functie constant zou zijn).  
De grafiek van heeft de V.A. en .  
De grafiek van heeft de H.A. en .  
  
**D)** , waarbij , en .  
 bestaat voor elke waarde, dus dat .  
De grafiek van heeft de H.A. .   
 als en als .  
  
**E)** , waarbij en .  
De grafiek van heeft de V.A. .  
 als en , als .  
Verder geldt dat .