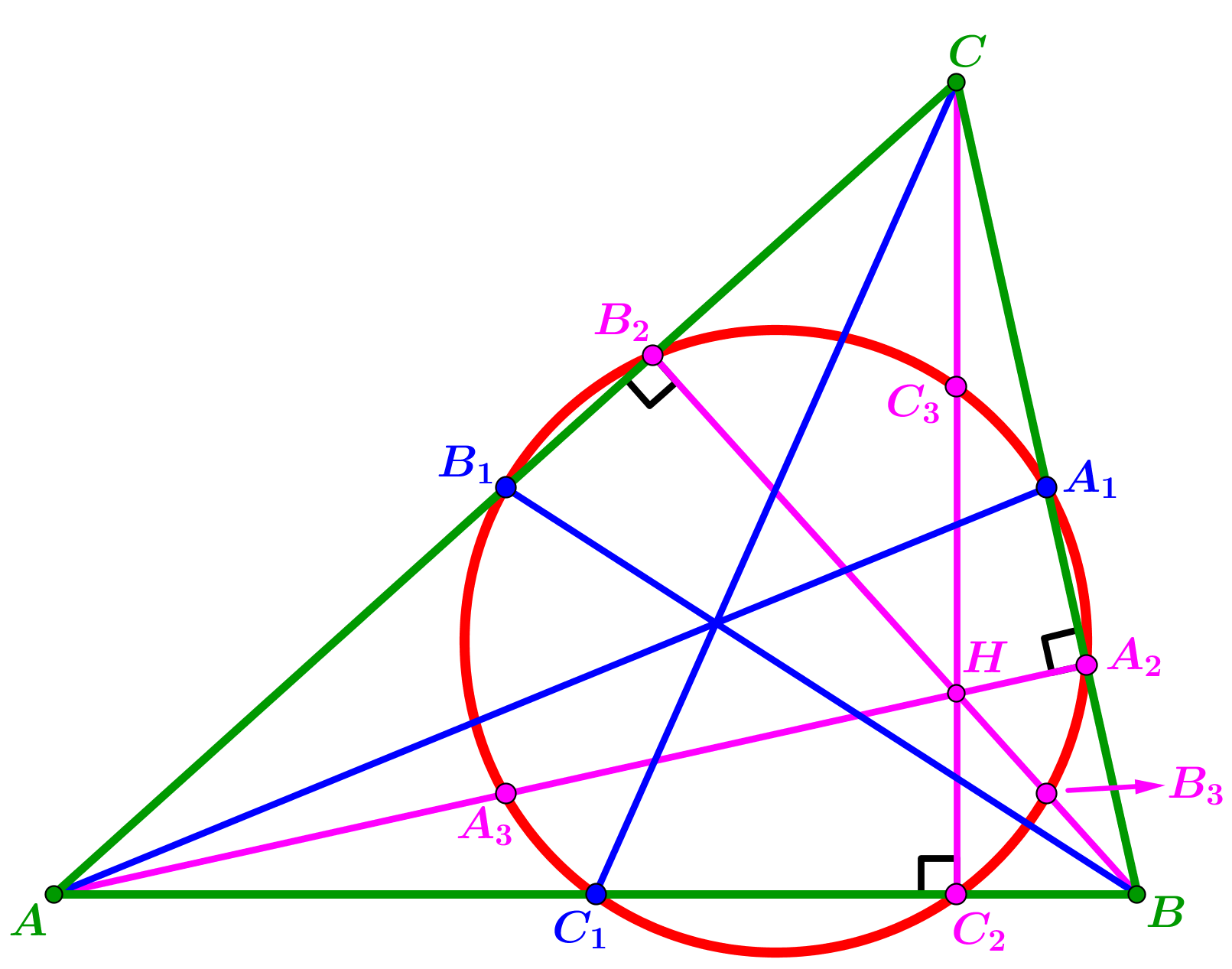
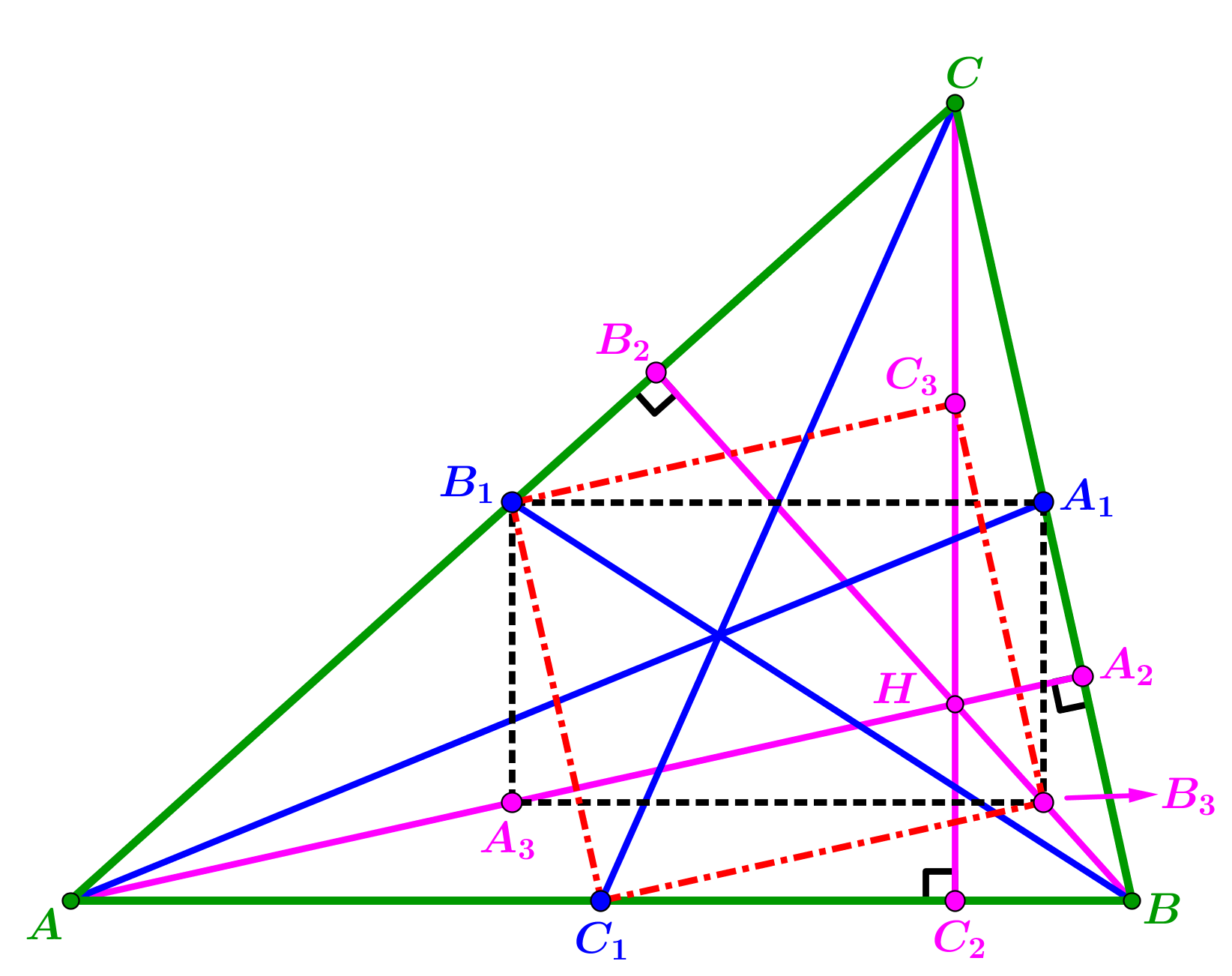
**De negenpuntscirkel**Bekijk de volgende figuur.  
  
  
Getekend is met daarin de zwaartelijnen en .   
Verder zijn getrokken de hoogtelijnen en , die elkaar snijden in het hoogtepunt . Tenslotte zijn nog aangegeven de middens van de lijnstukken .  
  
**Stelling** **1**  
De punten en liggen op één cirkel. **Opmerking**De in deze stelling voorkomende cirkel wordt de **negenpuntscirkel** genoemd.  
  
**Bewijs**  
Zie de figuur op de volgende pagina.  
  
  
  
 is een middenparallel in en is een middenparallel in , dus beide lijnstukken zijn evenwijdig aan *AB* (bekende eigenschap middenparallel) en bijgevolg staan beide loodrecht op de hoogtelijn in . is een middenparallel in en is een middenparallel in , dus beide lijnstukken zijn evenwijdig aan . Hieruit volgt dat een rechthoek is.   
Geheel analoog (m.b.v. de hoogtelijn ) blijkt dat ook een rechthoek is.   
De twee rechthoeken hebben lijnstuk als gemeenschappelijke diagonaal.   
Er volgt m.b.v. (de omkering van) de **stelling van Thales** dat de zes punten op een cirkel *Γ* liggen met als diameter. Ook en zijn diameters van *Γ* omdat  
 en  beide recht zijn (Thales).   
Nog eens driemaal toepassen van (de omkering van) de stelling van Thales impliceert dat:  
 ligt op *Γ* omdat een diameter is van *Γ* en  recht is;  
 ligt op *Γ* omdat een diameter is van *Γ* en  recht is;  
 ligt op *Γ* omdat een diameter is van *Γ* en  recht is.  
Hiermee is de stelling bewezen. Q.E.D.  
  
De volgende stelling geeft informatie over de straal en de locatie van het middelpunt van de negenpuntscirkel *Γ*. We noemen de omgeschreven cirkel van .  
  
**Stelling 2**  
Het middelpunt van *Γ* is het midden van lijnstuk , waarbij het middelpunt is van en het hoogtepunt is van .   
De straal van *Γ* is de helft van de straal van .   
 **Bewijs**

|  |  |
| --- | --- |
| Noem het middelpunt van *Γ*.     is het midden van lijnstuk omdat we in het bewijs van de vorige stelling gezien hebben dat een diameter is van *Γ.* Laat het punt zijn dat diametraal ligt t.o.v. .  Verder trekken we de lijnen en . | negenpuntscirkel (3).png |

is een middenparallel van , dus (1).  
 staat loodrecht op (hoogtelijn en staat loodrecht op (Thales), dus en zijn evenwijdig. Evenzo geldt dat en loodrecht staan op , dus en zijn evenwijdig.   
Dit impliceert dat een parallellogram is, dus   
Daarom is (1) te herschrijven tot:   
Omdat en parallel zijn (beide staan loodrecht op ), volgt er dat en parallellogrammen zijn. Dit impliceert:  
I) is het midden van ;  
II) , dus de diameter van *Γ* is gelijk aan de straal van . Q.E.D.