

Math4All Practicum GR

Casio FX CG20



Inhoud

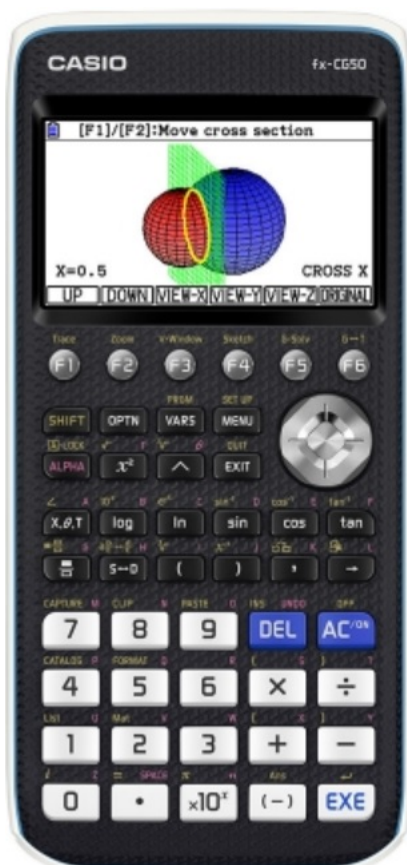
Basistechnieken Casio fx-CG50	3
Functies en de Casio fx-CG50	13
Integralen en de Casio fx-CG50	21
Kansverdelingen en de Casio fx-CG50	25
Matrixrekening en de Casio fx-CG50	37
Parameterkrommen en de Casio fx-CG50	41
Regressie en de Casio fx-CG50	45
Rijen en de Casio fx-CG50	49
Simulaties en tellen en de Casio fx-CG50	55
Statistiek en de Casio fx-CG50	59
Veranderingen en de Casio fx-CG50	63

Basistechnieken Casio fx-CG50

Als je dit practicum doorwerkt, weet je de eerste beginselen van het werken met de grafische rekenmachine fx-CG20 en de fx-CG50 van Casio.

Inhoud

1	De rekenmachine aanzetten	4
2	Rekenen	5
3	Doorrekenen met tussenresultaten	7
4	Grafieken maken	8
5	Vergelijkingen oplossen	10
6	Snijpunten van twee grafieken	11



1 De rekenmachine aanzetten

Je zet de machine **aan** door $\boxed{\text{AC/ON}}$ te drukken. Je krijgt dan vaak het hoofdmenu zoals hiernaast staat afgebeeld. Als dat niet zo is, toets $\boxed{\text{MENU}}$. Je zet de rekenmachine weer uit met $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{AC/ON}}$.

Met de pijltjestoetsen kun je naar elk icoon lopen.

Bijvoorbeeld het menu **RUN-MATRIX** open je dan met $\boxed{\text{EXE}}$.

Maar je kunt ook zonder cursortoetsen direct $\boxed{1}$ intypen. Zo is elk MENU via cursortoetsen en ook via cijfers of letters te openen. Je komt altijd via $\boxed{\text{MENU}}$ weer bij dit hoofdmenu, maar soms moet je eerst een paar keer $\boxed{\text{EXIT}}$ intypen.

Als je met de pijltjestoetsen naar het menu **SYSTEM** gaat kun je enkele basisinstellingen aanpassen:

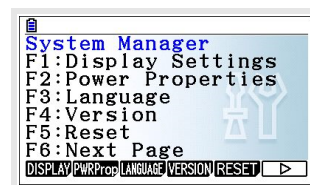
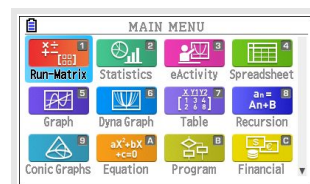
- met $\boxed{\text{F1}}$: Display Settings kun je de helderheid van het beeldscherm aanpassen, met $\boxed{\text{EXIT}}$ verlaat je dit scherm weer;
- met $\boxed{\text{F3}}$: Language kun je de gebruikte taal aanpassen (helaas geen NL), met $\boxed{\text{EXIT}}$ verlaat je dit scherm weer;
- met $\boxed{\text{F5}}$: Reset kun je allerlei zaken opnieuw instellen, bijvoorbeeld met $\boxed{\text{F2}}$ het basisgeheugen, etc., met $\boxed{\text{EXIT}}$ verlaat je dit scherm weer;
- met $\boxed{\text{F6}}$: Next Page ga je naar de volgende pagina, waar je via $\boxed{\text{F2}}$ User Name je eigen naam en een wachtwoord kunt invoegen en $\boxed{\text{EXE}}$, met $\boxed{\text{EXIT}}$ verlaat je dit scherm weer.

De knop $\boxed{\text{SHIFT}}$ activeert de "gele functie" van een toets.

Bijvoorbeeld: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\times 10^x}$ (of $\boxed{\text{EXP}}$) geeft een benadering van het getal π .

De knop $\boxed{\text{ALPHA}}$ activeert de "rode functie" van een toets.

Bijvoorbeeld: $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{X,}\theta,\text{T}}$ geeft de letter: A. Zo kun je je naam schrijven...



2 Rekenen

Je rekent in het rekenmenu **RUN MATRIX**. Open dat menu met **EXE**.

In grote lijnen werkt de Casio-fx-CG50 machine net zoals de rekenmachine die je tot nu toe gebruikt hebt, alleen zijn er waarschijnlijk verschillen in de manier van invoeren van de berekening.

In het algemeen zorgt de toets **EXE** voor het uitvoeren van een berekening.

Bijvoorbeeld de wortel van 25 bereken je zo: **SHIFT** x^2 **2** **5** **EXE**.

Je ziet dat het scherm een soort kladblok is: je schrijft de berekening gewoon op en met **EXE** wordt hij uitgevoerd. De toets waarmee je van teken wisselt (en dus een negatief getal invoert) is **(-)**. Er zijn dus **twee verschillende mintekens**!

Bij berekeningen met sin, cos en tan, moet je erom denken dat je (voorlopig) in graden moet werken. Je kunt dat instellen door op **SHIFT** **MENU** (SET UP) te drukken. Ga naar beneden met de pijltjes-toetsen en druk op **F1** (Deg).

Op die manier zet je je rekenmachine op graden (degrees). Druk nu weer op **EXE** om terug te gaan naar je rekenscherm.

Je kunt nu $\sin(30^\circ)$ berekenen door in te toetsen: **SIN** **3** **0** **EXE**.

Antwoord: $\frac{1}{2}$.

Terugrekenen kan zo: **SHIFT** **SIN** **SHIFT** **(-)** **EXE**.

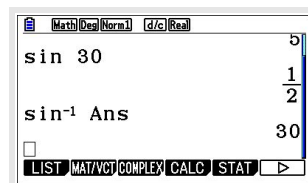
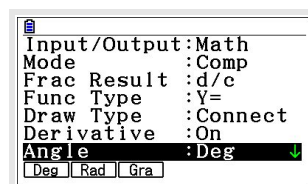
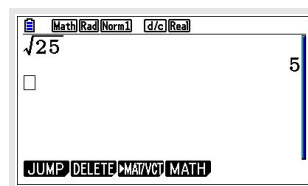
Antwoord: 30.

Met **SHIFT** **(-)** (Ans) gebruik je het antwoord (answer) van de vorige berekening.

Als je in **RUN MATRIX** op **OPTN** ("options" betekent mogelijkheden) drukt, krijg je onderin je scherm een heleboel rekenopties. Je kunt via **F1** t/m **F5** één van die opties kiezen. Met **F6** krijg je nog meer opties. Vervolgens kies je met dezelfde knoppen binnen een bepaalde optie voor de berekening die je uit wilt voeren. In de practica hierna en in de rekenvoorbeelden hieronder zul je met allerlei berekeningen uit dit menu kennismaken. Met **EXIT** kom je weer uit zo'n optie of uit het menu en keer je terug naar het basisscherm.

Als je een opgave fout hebt ingevoerd en daarna berekend, kun je naar die opgave gaan met behulp van de pijltjestoetsen. Als je de berekening zo geselecteerd hebt, druk je op **◀** (de pijltjestoets naar links). Nu kun je de berekening aanpassen. Druk daarna weer op **EXE** om de berekening uit te voeren.

Je kunt het hele rekenscherm leeg maken door in het basisscherm **F2** (DELETE) en **F2** (DEL-ALL) te kiezen en dit te bevestigen met **F1** (Yes).



Bekijk nu de rekenvoorbeelden (volgende pagina).

Rekenvoorbeelden		
Opgave	Intoetsen	Uitkomst
0,625 schrijven als breuk	$\boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{6} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{\text{EXE}}$ en $\boxed{\text{S} \leftrightarrow \text{D}}$ (of $\boxed{\text{F} \leftrightarrow \text{D}}$)	$\frac{5}{8}$
6^2 berekenen	$\boxed{6} \boxed{x^2}$ en $\boxed{\text{EXE}}$	36
de wortel van 36 met 0,1 vermenigvuldigen	$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{x^2} \boxed{3} \boxed{6} \boxed{\rightarrow} \boxed{\times} \boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{1}$ en $\boxed{\text{EXE}}$ (de pijl-tjestoets naar rechts is nodig om buiten de wortel te komen)	0.6
6^3 berekenen	$\boxed{6} \boxed{\wedge} \boxed{3}$ en $\boxed{\text{EXE}}$	216
6 delen door $2^3 - 5$; bereken dus $\frac{6}{2^3-5}$	$\boxed{6} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{2} \boxed{\wedge} \boxed{3} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{\text{EXE}}$	2
bereken $4\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}$	$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\frac{\square}{\square}}$ (of $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{ab/c}$) en vul de cijfers in, daarna $\boxed{\rightarrow} \boxed{-}$ en opnieuw $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\frac{\square}{\square}}$ en vul de juiste cijfers in en $\boxed{\text{EXE}}$	$2\frac{1}{2}$
bereken $2,6 \times 10^6 \times -1,14 \times 10^{-5}$	$\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{6} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{\wedge} \boxed{6} \boxed{\rightarrow} \boxed{\times} \boxed{(-)} \boxed{1} \boxed{\cdot} \boxed{1}$ $\boxed{4} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{\wedge} \boxed{(-)} \boxed{5} \boxed{\rightarrow}$ en $\boxed{\text{EXE}}$ In plaats van 10^6 typen kun je ook $\boxed{\times 10^x}$ (of $\boxed{\text{EXP}}$) gebruiken	-29.64

Zelf narekenen

- $(-4)^3 + 6^2 = -28$
- $3\sqrt{6} + \sqrt[3]{30} \approx 10,4557$
- $\frac{3}{4}\pi \cdot 12^3 \approx 4071,504$
- $\frac{-5 + \sqrt{5^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 3}}{2 \cdot 0,5} \approx -0,6411011$
- $\frac{-5 - \sqrt{5^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 3}}{2 \cdot 0,5} \approx -9,358899$
- $-1,42 \cdot 10^6 + 0,92 \cdot 10^7 = 7780000$
- $6\frac{5}{7} - 4\frac{7}{8} = \frac{103}{56} \approx 1,839286$
- $\frac{5-12}{8-1} = -1$

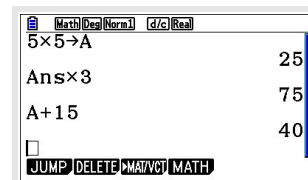


3 Doorrekenen met tussenresultaten

Soms heb je een berekening uitgevoerd, waarvan je het resultaat in een andere berekening nodig hebt. Het resultaat van de oude berekening opnieuw intypen bij de nieuwe berekening is vaak onnauwkeurig en kost veel moeite.

Bij heb je al ontdekt dat je met met SHIFT $(\rightarrow)$ (ANS) je meest recente antwoord (answer) gemakkelijk terug kunt halen. Voor het doorrekenen met oude tussenresultaten heb je de volgende mogelijkheden:

1. Als je een ouder resultaat nog een keer wilt gebruiken, moet dit resultaat zijn opgeslagen in je rekenmachine. Als je bij het berekenen van een tussenresultaat al weet dat je het later weer nodig gaat hebben, kun je het resultaat direct laten opslaan. Ga aan het eind van de berekening staan en druk op $(\rightarrow)$. Er verschijnt nu een pijl achter de berekening. Achter deze pijl noteer je hoe je wilt dat het resultaat gaat heten. Kies bijvoorbeeld ALPHA (X, θ, T) (A). Druk nu op EXE om de berekening uit te voeren en het resultaat op te slaan als A. Als je dit resultaat in een nieuwe berekening wilt gebruiken, typ je ALPHA (X, θ, T) (A) op de gewenste plek in de nieuwe berekening.
2. Als je een oud resultaat wilt gebruiken dat je niet hebt opgeslagen, kun je dat alsnog doen.
Druk hiervoor in je rekenscherm herhaaldelijk op $(\blacktriangle)$ totdat je de berekening van het gewenste oude resultaat hebt geselecteerd. Druk nu op $(\blacktriangleleft)$, zodat je deze berekening kunt aanpassen. Nu druk je weer op $(\rightarrow)$, voer je weer een naam in en EXE . Je kunt het resultaat nu op dezelfde manier gebruiken als hiervoor.



5x5->A	25
Ans x 3	75
A + 15	40



4 Grafieken maken

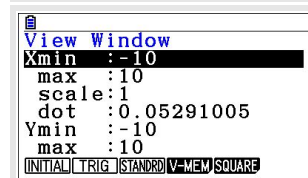
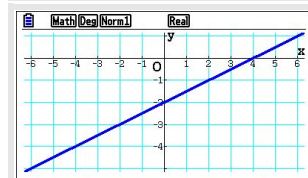
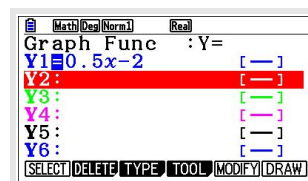
Hét sterke punt van de grafische rekenmachine is het tekenen van grafieken bij een ingevoerde formule. In het menu **GRAPH** kan hij grafieken tekenen bij formules van de vorm $y = \dots$

Toets **MENU** en loop met de pijltjestoetsen naar "Graph" en **EXE**. Je kunt ook **5** toetsen.

Je rekenmachine gebruikt bij grafieken altijd de variabelen $Y=$ en X . Om de variabele X in te voeren gebruik je **(X,Θ,T)**.

Zo kun je een grafiek tekenen bij de formule $y = 0,5x - 2$:

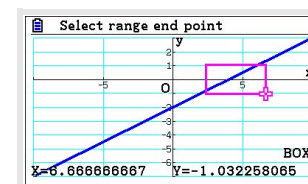
- Ga op achter $Y1=$ staan en toets 0.5 **(X,Θ,T)** **-** 2 ; je hebt nu de formule ingevoerd;
- toets daarna **(F6)**(Draw) en in principe krijg je de grafiek in beeld (Dat hoeft echter niet, want het kan zijn dat de grafiek buiten het schermgebied ligt. Toets dan **(F2)**(Zoom) en **(F5)**(Auto) en **EXE**. De grafiek is nu normaal gesproken te zien).



Toets **(F3)**(V-Window) en je krijgt de vensterinstellingen te zien. Dus tussen welke waarden de variabele x (van $Xmin$ tot max) loopt en tussen welke waarden de variabele y (van $Ymin$ tot max) loopt. Met de pijltjestoetsen kun je door de lijst gaan en getallen veranderen. "scale" legt de eenheid (scale = schaal) op de assen vast. Met **(F1)**(Initial) zet alle waarden terug naar de oorspronkelijke waarden. Met **(F3)**(Standrd) zet alle waarden terug naar de oorspronkelijke waarden. Als je iets veranderd hebt, moet je de grafiek opnieuw laten tekenen. Druk op **EXIT** en druk dan op **(F6)** (Draw) om de grafiek opnieuw te laten tekenen. Experimenteer er maar even mee...

Toets **(F1)**(Trace) een roze cursor op de grafiek, de x - en y -coördinaat op de plek van de cursor en bovenin je scherm de formule die bij de grafiek hoort. Met de pijltjestoetsen kun je nu **de cursor over de grafiek verplaatsen** en de bijbehorende coördinaten aflezen. Heb je meerdere grafieken, dan kun je met de pijltjestoetsen (omhoog en omlaag) ook van de ene naar de andere springen. De cursor doorloopt de grafiek in sprongen. Bij deze grafiek ligt het nulpunt (het punt met $y = 0$) precies op een sprong, maar dat is niet altijd het geval. Het nulpunt is vaak dus niet nauwkeurig te vinden met de Trace-routine. Probeer maar...

Als je de coördinaten van zo'n nulpunt nauwkeuriger wilt vaststellen, moet je de grafiek vergroten: je moet dan **inzoomen** op de grafiek. Druk op **(F2)**(Zoom) en kies voor **(F1)**(Box). Er verschijnt een cursor op je scherm. Zet de cursor met je pijltjestoetsen links boven het punt dat je wilt weten neer en druk op **EXE**. Verschuif de cursor nu naar rechts onder het punt. Je ziet dat je een rechthoekje maakt. Druk weer op **EXE**. Je scherm zal nu ingezoomd worden naar de grootte van het rechthoekje.



Door op **MENU** te drukken en het menu **TABLE** te kiezen, kun je een tabel bij je grafiek maken. Druk eerst op **(F5)**(Set) om je tabel in te stellen. Stel in waar je tabel moet beginnen, waar hij moet eindigen en welke stapgrootte je voor x wilt hebben. Druk vervolgens op **EXE**. Selecteer nu de goede formule (aangezien er nu maar één is gaat dat automatisch goed) en druk op **(F6)**(Table). De tabel verschijnt nu op je scherm.

Oefenen

Teken grafieken bij de volgende formules. Kies de beste beeldscherm instellingen om de grafieken in beeld te brengen. Zoek snijpunten met de assen op, maak een tabel bij elke formule.

- a. $y = -0,5x^2 + 8$
- b. $y = 20 - x$
- c. $y = 10x^2(x - 10)$
- d. $y = x^4 - 16$

Experimenteer vervolgens een tijdje met iemand samen: geef elkaar verschillende formules op die de ander dan zo mooi mogelijk in beeld moet brengen. Laat elkaar snijpunten met de assen en dergelijke opzoeken.

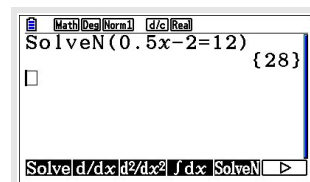


5 Vergelijkingen oplossen

Met de Casio-fx-CG50 machine kun je op diverse manieren vergelijkingen oplossen. Een heel rechtstreekse manier is het gebruiken van de "SolveN" ("solver" is oplosser). Andere manieren hebben vaak met grafieken te maken. Daarover meer in het practicum: Functies.

Zo kun je deze vergelijking oplossen: $0,5x - 2 = 12$.

- Toets **MENU** en open **RUN MATRIX**, het rekenscherm.
- Toets **OPTN** **F4**(Calc) en **F5**(SolveN).
- Voer dan achter SolveN(de vergelijking 0.5 **X,Θ,T** **-** 2 **SHIFT** **.** (het isgelijktteken) 12 en **EXE**.
- Er verschijnt een waarschuwingsscherm.

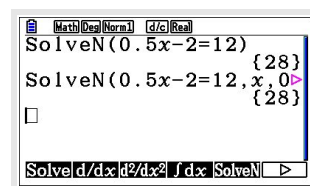


Hierop staat dat er misschien meer antwoorden zijn. Druk op **EXIT** om verder te gaan. Het antwoord van je vergelijking wordt nu gegeven.

Met enige oefening zal "SolveN" je goede diensten kunnen bewijzen. Er zijn echter wel een paar haken en ogen:

1. Je krijgt zo maar één oplossing, terwijl vergelijkingen wel meerdere oplossingen kunnen hebben.
2. Bij een vergelijking met meerdere oplossingen krijg je misschien niet de oplossing(en) die voor jouw probleem nodig is (zijn).

Gelukkig kun je het juiste zoekgebied instellen. Je kunt namelijk instellen tussen welke x-waarden een oplossing gezocht moet worden. Hiernaast zie je hoe dat moet. Hier loopt x van 0 tot 50. Vergeet niet om tussen de vergelijking en de grenzen nog een x te zetten en alles te scheiden met **,**.



Oefenen

Los de volgende vergelijkingen volledig op (d.w.z. dat je alle oplossingen moet vinden):

Vergelijking		Uitkomst
a	$0,05x + 50 = 0,25x + 20$	$x = 150$
b	$x^2 - 4x = 12$	$x = 6$ en/of $x = -2$
c	$8x - x^3 = 0$	$x = 0$ en/of $x \approx -2,828427$ en/of $x \approx 2,828427$
d	$210x^{1,23} = 400$	$x \approx 1,688545$



6 Snijpunten van twee grafieken

Voor het bepalen van de snijpunten van twee grafieken kun je met de tabel of met behulp van TRACE werken. Dit gaat echter sneller met G-Solv.

Ga naar het menu **GRAPH** en haal met **(F2)** eerst oude formules weg.

Voer dan de volgende formules in

$$y_1 = x^3 - 4x \text{ en } y_2 = 0,5x + 3$$

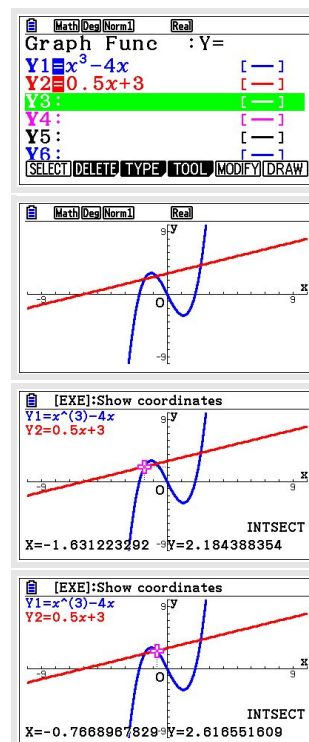
Als je beide invoert en hun grafieken tekent met **(F6)**, kun je via **(F3)**(V-Window) en **(F3)**(STANDRD) de standaardinstellingen krijgen en krijg je de drie snijpunten keurig in beeld. Met de trace-functie of met een tabel kun je ze wellicht vinden, maar met G-Solv is het makkelijker:

- Toets **(5)**(G-Solv) en **(F5)**(INTSECT).
- Je rekenmachine geeft nu de coördinaten van het uiterst linkse snijpunt van de twee grafieken op je scherm.
- Met de pijltjestoetsen kun je de coördinaten van de andere snijpunten vinden.
- Als je meer dan twee grafieken in je scherm hebt staan, wil je rekenmachine eerst weten tussen welke grafieken je de snijpunten wilt bepalen. Met de pijltjestoetsen naar boven en beneden en **(EXE)** selecteer je dan eerst de juiste grafieken.

Bereken de snijpunten van de grafieken van y_1 en y_2 .

Als het goed is vind je (in vier decimalen nauwkeurig):

(-1,6312; 2,1844), (-0,7669; 2,6166) en (2,3981; 4,1991).



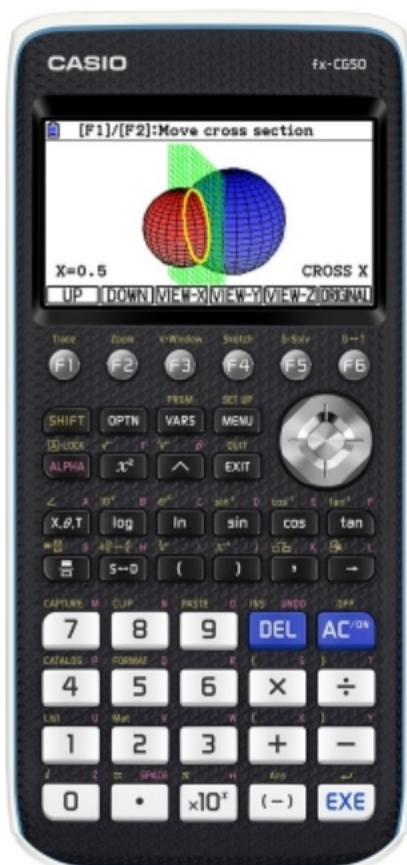
Functies en de Casio fx-CG50

De Casio fx-CG50 rekenmachine kan je behulpzaam zijn bij het werken met functies. Bijvoorbeeld kun je gemakkelijk nulpunten, snijpunten, oppervlakte onder een grafiek, de helling van een grafiek bepalen. Verder kun je functies eenvoudig combineren, zelfs schakelen.

Loop eerst het practicum: **Basistechnieken Casio fx-CG50** door.

Inhoud

1	Functiewaarden, nulpunten en toppen	14
2	Snijpunten van twee grafieken	15
3	Functies combineren	16
4	Families van functies	17
5	Hellingen van functies	18
6	Oppervlakte onder de grafiek	19
7	Functies die uit meerdere delen bestaan	20



1 Functiewaarden, nulpunten en toppen

Je weet hoe je een functie kunt invoeren via het menu **GRAPH**. Als je eenmaal een functie hebt ingevoerd, kun je er met de verschillende toetsen direct onder het beeldscherm van alles mee doen. De functies V-Window, ZOOM, Trace en natuurlijk Draw heb je al regelmatig gebruikt. Er zijn echter meer mogelijkheden.

Bekijk de grafiek van de functie: $y_1 = x^3 - 4x$.

Breng hem netjes in beeld, kies zodanige vensterinstellingen dat x loopt vanaf -4 t/m 4 en y loopt vanaf -10 t/m 10. Met de pijltjestoetsen kun je de grafiek verplaatsen, met **+** en **-** kun je inzoomen en uitzoomen.

In het menu **TABLE** kun je een tabel van de functie zien. Met behulp van **F5**(SET) kun je de instellingen van de tabel aanpassen. Doe dat tot je de tabel hiernaast krijgt.

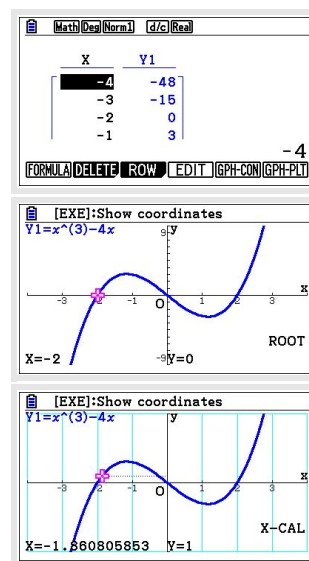
Hieruit zijn sommige karakteristieken van de grafiek van deze functie (de nulpunten) eenvoudig af te lezen.

De karakteristieken zijn in het menu **GRAPH** nauwkeurig te bepalen met behulp van G-Solv nadat je de grafiek in beeld hebt. Je roept dat op met **F5**(G-Solv). Hierin kun je van alles over de grafiek te weten komen:

- Met **F1**(Root) kun je de nulpunten bepalen. Als je erop drukt geeft je rekenmachine gelijk het linker nulpunt. Met de pijltjestoetsen kun je naar een volgend nulpunt van de grafiek gaan. Onderin je scherm staan de waarden van x en y die bij het punt horen.
- Met **F2**(Max) en **F3**(Min) kun je maxima en minima van de grafiek bepalen. Dit gaat op dezelfde manier.
- Met **F6** ga je naar de laatste drie mogelijkheden van G-Solv. Dan kun je met **F1**(Y-Cal) de y -waarde bepalen bij een bepaalde waarde van x . Je vult eerst de x -waarde in. Vervolgens druk je op **EXE**. Het punt met coördinaten verschijnt nu op je scherm.
Met **F2**(X-Cal) kun je een x -waarde bepalen bij een bepaalde waarde van y . Dit gaat op dezelfde manier, alleen moet je nu dus een y -waarde invullen en **EXE**. Met de pijltjestoetsen vind je de andere mogelijke waarden van x .

Controleer dat $(-2,0)$, $(0,0)$ en $(2,0)$ de nulpunten van y_1 zijn.

Controleer dat $(1,155; -3,079)$ en $(-1,155; 3,079)$ de toppen van de grafiek van y_1 zijn.



2 Snijpunten van twee grafieken

Voor het bepalen van de snijpunten van twee grafieken kun je met de tabel of met behulp van TRACE werken. Dit gaat echter sneller met G-Solv.

Ga naar het menu **GRAPH** en voer de volgende formules in

$$y_1 = x^3 - 4x \text{ en } y_2 = 0,5x + 3$$

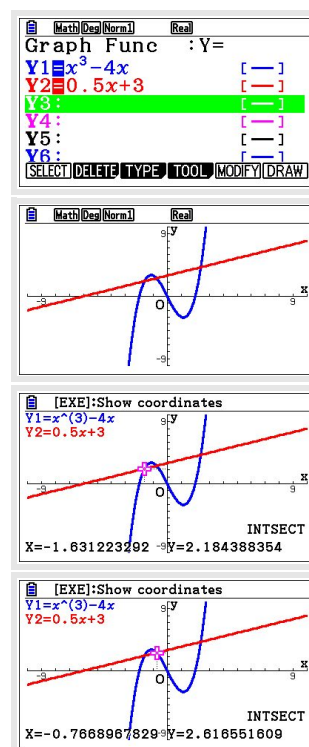
Als je beide invoert en hun grafieken tekent met **(F6)**, kun je via **(F3)**(V-Window) en **(F3)**(STANDRD) de standaardinstellingen krijgen en krijg je de drie snijpunten keurig in beeld. Met de trace-functie of met een tabel kun je ze wellicht vinden, maar met G-Solv is het makkelijkst:

- Toets **(5)**(G-Solv) en **(F5)**(INTSECT).
- Je rekenmachine geeft nu de coördinaten van het uiterst linkse snijpunt van de twee grafieken op je scherm.
- Met de pijltjestoetsen kun je de coördinaten van de andere snijpunten vinden.
- Als je meer dan twee grafieken in je scherm hebt staan, wil je rekenmachine eerst weten tussen welke grafieken je de snijpunten wilt bepalen. Met de pijltjestoetsen naar boven en beneden en **(EXE)** selecteer je dan eerst de juiste grafieken.

Bereken de snijpunten van de grafieken van y_1 en y_2 .

Als het goed is vind je (in vier decimalen nauwkeurig):

(-1,6312; 2,1844), (-0,7669; 2,6166) en (2,3981; 4,1991).



3 Functies combineren

Je kunt met de Casio fx-CG50 eenmaal ingevoerde functies ook bij andere functies weer oproepen als Y1, Y2, enzovoorts. Ga weer uit van de reeds ingevoerde functies y_1 en y_2 voor respectievelijk Y1 en Y2.

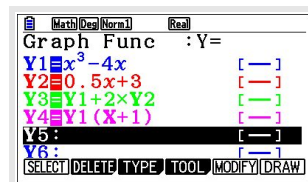
- Als je de grafiek van $y_3 = y_1 + 2y_2$ wilt zien, dan voer je dit in als: $Y3 = Y1 + 2Y2$.

Je vindt de Y daarbij door op **[VAR]**, dan op **[F4]** (Graph) en dan op **[F1]** (Y) te drukken.

Let op: je moet de Y echt uit dat menu halen, gebruik dus niet

[SHIFT] **[=]** om een Y te krijgen.

Bekijk de grafiek van y_3 maar eens.



- Als je de grafiek van $y_4 = y_1(x + 1)$ wilt bekijken, dan voer je bij Y4 in: $Y4 = Y1(X + 1)$. De grafiek van y_4 is nu eenvoudig te bekijken. Als je daarbij de grafiek van Y2 en Y3 maar lastig vindt, dan zet je die even uit door in het grafiekinvoerscherm op de functie te gaan staan en op **[F1]** (Select) te drukken. Het gekleurde vakje om de "=" zal nu verdwijnen. Als je nog een keer op **[F1]** (Select) drukt, zal het gekleurde vakje weer verschijnen. Alleen de grafieken die geselecteerd zijn, dus met gekleurd vakje, zullen getekend worden.
- Tenslotte kun je functies schakelen. Bijvoorbeeld vind je de grafiek van $y_5 = y_1(y_2(x))$ door bij Y5 in te voeren: $Y5 = Y1(Y2(X))$. Bekijk de grafiek van y_5 maar eens.

Even oefenen

Bepaal de karakteristieken van de volgende functies:

- $f(x) = 0,5x^4 - 2x^2$
- $g(x) = f(x - 2)$
- $h(x) = 4 - x^2$
- $k(x) = f(x) + h(x)$
- $l(x) = k(0,5x) + 4$



4 Families van functies

Je kunt ook functies invoeren die ongeveer hetzelfde functievoorschrift hebben.

Alle rechte lijnen door (0,3) bijvoorbeeld hebben het functievoorschrift: $f(x) = ax + 3$.

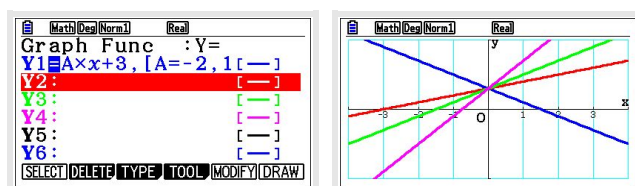
Stel je voor dat je van deze rechte lijnen de grafieken wilt zien voor $a = -2$, $a = 1$, $a = 2$ en $a = 4$.

Je vult dan het volgende in bij Y1: $Y1 = A \cdot x + 3$, $[A = -2, 1, 2, 4]$.

De haken krijg je met **SHIFT** **+** en **SHIFT** **-**.

De A krijg je met **ALPHA** **X,Θ,T** en de x met **X,Θ,T**.

Hieronder staat het resultaat als je de familie van functies laat tekenen.



Op dezelfde manier kun je grafieken bij andere families van functies tekenen.



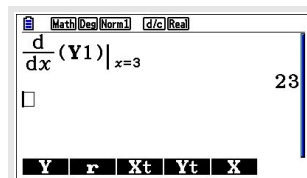
5 Hellingen van functies

Je kunt met de Casio fx-CG50 op een aantal manieren de helling van een grafiek in een bepaald punt berekenen. Je spreekt wel van het hellingsgetal of de hellingwaarde van een functie $y_1 = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .

Je kunt zo'n **hellingsgetal** vinden in het menu **RUN MATRIX**. Gebruik nog steeds de functie $y_1 = x^3 - 4x$ die aan het begin van dit practicum is gegeven. Verwijder alle andere functies uit je rekenmachine.

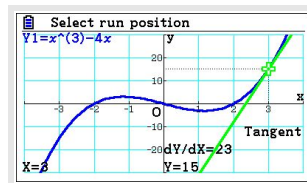
Stel je voor dat je het hellingsgetal voor $x = 3$ wilt berekenen. Dat kan zo:

- Toets in het rekenscherf **(F4)**(MATH) en **(F4)**(d/dx).
- Voer vervolgens de gewenste functie Y1 in (met behulp van **(VARS)**, zoals eerder) en de x-waarde 3 en **(EXE)**.
- Je vindt nu het gewenste hellingsgetal 23.



Je kunt ook in het menu **GRAPH** aan de grafiek van y_1 een lijn tekenen die voor $x = 3$ de gewenste helling heeft, een **raaklijn aan de grafiek** van y_1 voor $x = 3$. Hiervoor is een bepaalde instelling op je rekenmachine nodig. Ga naar je grafiekinvoerscherm. Druk op **(SHIFT)** **(MENU)** en ga met je pijltjestoetsen naar naar "Derivative", deze moet op "On" staan. Druk op **(F1)**(On) als dat niet zo is. Druk vervolgens op **(EXIT)** om de instellingen te verlaten.

- Maak de grafiek en pas het venster aan zodat het punt bij $x = 3$ in beeld is.
- Toets: **(F4)**(Sketch) en **(F2)**(Tangent).
- Je krijgt nu de raaklijn aan de grafiek van y_1 voor $x = 0$ te zien. Toets daarom een 3.
- Je krijgt nu de raaklijn aan de grafiek van y_1 voor $x = 3$ te zien met de bijbehorende hellingwaarde.



Met de pijltjestoetsen kun je de raaklijn verplaatsen.

Je haalt een raaklijn die getekend is via **(F4)**(Sketch) en **(F1)**(Cls) weer weg.

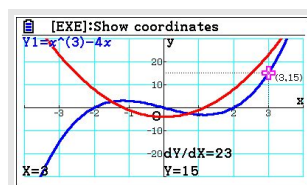
Bepaal zo zelf het hellingsgetal van y_1 voor $x = -1$ en teken de bijbehorende raaklijn.

Ook een **complete hellingsgrafiek** is mogelijk. Als je intoetst:

$$y_2(x) = \frac{y_1(x+0.0001) - y_1(x)}{0.0001}$$

dan is de grafiek van y_2 een goede benadering voor de hellingsgrafiek van de gegeven functie y_1 .

Breng zelf deze hellingsgrafiek van y_1 in beeld.



6 Oppervlakte onder de grafiek

Tenslotte kun je met het menu **GRAPH** de **oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as** bepalen.

Je gebruikt daarvoor de integraal van $y_1 = f(x)$ tussen twee grenzen voor x .

Neem weer de grafiek van $y_1 = x^3 - 4x$.

- Toets als je de grafiek in beeld hebt **F5**(G-Solv), **F6**(Volgende pagina) en **F3**($\int dx$) en **F1**($\int dx$).
- Je krijgt dan de grafiek en een vraag naar de linkergrens (Select lower limit value) van het gebied onder de grafiek waarvan je de oppervlakte wilt bepalen. Loop met je cursor naar het gewenste punt, of toets de gewenste x -waarde. Toets vervolgens **EXE**.
- Vervolgens wordt de rechtergrens (Select upper limit value) gevraagd. Voer de gewenste waarde in en **ENTER**.
- Het bedoelde gebied wordt nu 'ingekleurd' en de integraal komt onderaan het scherm in beeld.

Bepaal zelf de integraal tussen de grafiek van y_1 en de x -as tussen $x = 0$ en $x = 2$.

Je vindt als alles goed gaat -4.

Let wel: dit is **niet** de oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as, maar de integraal. Dat betekent dat het gebied tussen $x = 0$ en $x = 2$ als negatief wordt geteld! De oppervlakte tussen de grafiek en de horizontale as tussen $x = 0$ en $x = 2$ is dus 4.

Als het gebied waarvan je de oppervlakte wilt weten zowel boven als onder de x -as ligt, moet je het bij nulpunten opsplitsen!



7 Functies die uit meerdere delen bestaan

Soms bestaat een functie uit meerdere delen. Stel je voor dat het voorschrift van een functie f luidt:

$$f(x) = -2x \text{ als } x < 1$$

$$f(x) = 2x \text{ als } x \geq 1$$

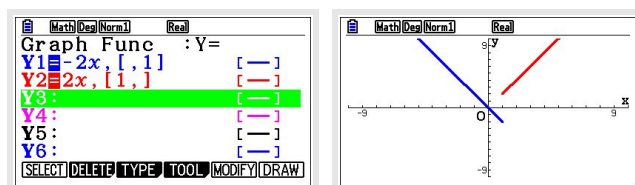
Hierbij gebruik je twee functies met de intervalnotatie, waarbij je voor $-\infty$ en $+\infty$ niets tussen de haken hoeft in te vullen (let op de extra komma tussen de functie en het interval):

$$Y1 = -2x, [,1]$$

$$Y2 = 2x, [1,]$$

De haken krijg je met **SHIFT** **+** en **SHIFT** **-**.

Hier zie je het resultaat.



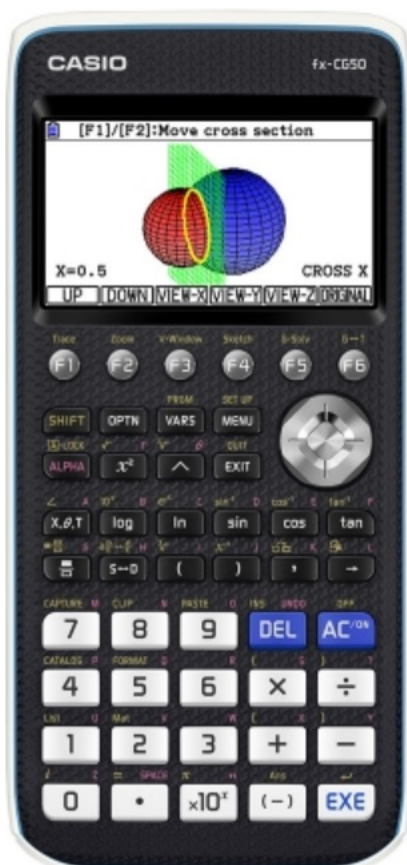
Integralen en de Casio fx-CG50

Met de Casio fx-CG50 kun je eenvoudig integralen berekenen. Je kunt echter ook Riemannsommen laten berekenen.

Loop eerst de practica: **Functies en de Casio fx-CG50** en **Rijen en de Casio fx-CG50** door.

Inhoud

1	Integralen benaderen	22
2	Ondersom en bovensom	23



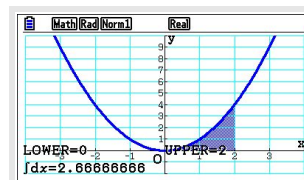
1 Integralen benaderen

Met de Casio fx-CG50 kun je integralen rechtstreeks berekenen (benaderen) vanuit het functievoorschrift m.b.v. het CALC-menu. Dat CALC-menu vind je via **2ND** **TRACE**.

Neem de functie $f(x) = x^2$.

Stel je voor dat je de integraal van deze functie over het interval $[0,2]$ wilt weten. Je wilt dus berekenen: $\int_0^2 x^2 dx$.

- Voer in het menu **GRAPH** $f(x)$ in bij Y1.
- Stel als venster bijvoorbeeld $-4 \leq x \leq 4$ bij $-2 \leq y \leq 10$ in en bekijk de grafiek.
- Druk op **F5**(G-Solv), **F6**($\blacktriangleright$), **F3**($\int dx$) en kies **F1**($\int dx$).
- Je krijgt dan de grafiek te zien en een vraag naar de linkergrens (Select lower limit value) van het gebied onder de grafiek waarvan je de integraal wilt bepalen. Toets de gewenste x-waarde en **EXE**.
- Vervolgens wordt de rechtergrens (Select upper limit value) gevraagd. Voer de gewenste waarde in en **EXE**.



Het bedoelde gebied wordt nu ingekleurd en de benadering van de integraal komt onderaan het scherm in beeld.

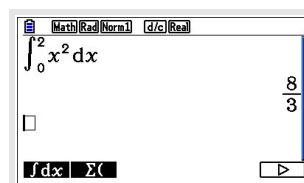
Je vindt als alles goed gaat 2,66666666 (Wat je natuurlijk net zo eenvoudig door primitiveren had kunnen vinden.)

Met **2ND** **PRGM** (DRAW-menu) en 1: ClrDraw haal je de inkleuring weer weg.

Oefen jezelf met lastiger functies, met name met functies die je moeilijk of niet kunt primitiveren. Bekijk ook nog eens het verschil tussen de oppervlakte tussen de grafiek en de x-as op een bepaald interval en de bijbehorende integraal.

Een andere manier om deze integraal te berekenen is via het menu **RUN-MATRIX**:

- Maak het invoerscherm leeg en toets **F4**(MATH), **F6**($\blacktriangleright$) en **F1**($\int dx$)
- Vul nu de integraal in zoals hij hierboven beschreven staat, dus $\int_0^2 x^2 dx$.
- Toets **EXE** om de benadering uit te voeren.



Ga na, dat je $2\frac{2}{3}$ vindt.



2 Ondersom en bovensom

De integraal van de grafiek van $f(x) = x^2$ op het interval $[0,2]$ kun je benaderen door dit interval per eenheid in bijvoorbeeld 100 gelijke deelintervallen te verdelen (in totaal zijn er op $[0,2]$ dus 200 deelintervallen) elk met een breedte van 0,01.

Omdat deze functie op dit interval overal stijgend is, is de **ondersom** gelijk aan :

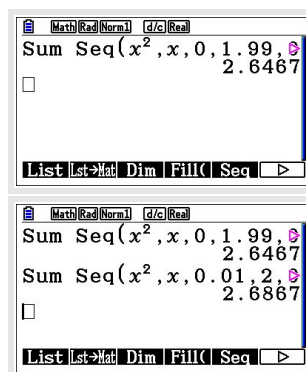
$$S_n = 0^2 \cdot 0,01 + 0,01^2 \cdot 0,01 + 0,02^2 \cdot 0,01 + \dots + 1,99^2 \cdot 0,01$$

De **bovensom** is:

$$\overline{S}_n = 0,01^2 \cdot 0,01 + 0,02^2 \cdot 0,01 + 0,03^2 \cdot 0,01 \dots + 2^2 \cdot 0,01$$

In het menu **RUN-MATRIX** kunnen de uitkomsten van dergelijke somrijen worden ingevoerd:

- Ga naar het invoerscherm en toets **OPTN**, **F1**(List), **F6**(**►**), **F6**(**►**), **F1**(Sum) en **F5**(Seq).
- Vul Sum Seq(vervolgens aan met $x^2, x, 0, 1.99, 0.01$ en **EXE**.
- Je krijgt nu als ondersom 2,6467.
- Vul voor de bovensom in Sum Seq($x^2, x, 0, 1.99, 0.01$) $\times 0.01$ en **EXE**.
- Je krijgt nu als bovensom 2,6867.
- De werkelijke waarde van de integraal ligt daar tussen.



Je ziet, dat ondersom en bovensom dicht bij elkaar liggen. Dat wordt nog beter naarmate het aantal deelintervallen groter wordt.

Denk er om dat deze werkwijze alleen opgaat bij functies die op het hele integratieinterval stijgend zijn of op het hele integratieinterval dalend zijn! Is dit niet het geval dan kun je niet op deze manier werken.

Even oefenen

Oefen het benaderen van integralen met onder- en bovensommen.



Kansverdelingen en de Casio fx-CG50

Met de Casio fx-CG50 kun je in verschillende standaardsituaties kansen berekenen. In dit practicum komen de binomiale kansverdeling en de normale kansverdeling aan bod. Je moet voor dat je met dit practicum kunt werken bekend zijn met de basistechnieken van de Casio fx-CG50 en het werken met functies op deze rekenmachine. Doe eventueel eerst de bijbehorende practica.

Loop (ook) eerst het practicum: **Simulaties en telsystemen** door.

Inhoud

1	De binomiale kansverdeling	26
2	Grenswaarden bij binomiale kansverdelingen	28
3	Kanshistogrammen	29
4	Betrouwbaarheidsinterval bij proporties	30
5	De normale kansverdeling	31
6	Grenswaarden bij normale kansverdelingen	32
7	Betrouwbaarheidsinterval bij gemiddelden	33
8	Gemiddelde of standaardafwijking berekenen	34



1 De binomiale kansverdeling

Stel je voor dat je 100 keer hetzelfde kansexperiment uitvoert waarbij de kans op succes 0,23 en dus de kans op mislukking $1 - 0,23 = 0,77$ is. De toevalsvariabele X stelt het aantal keren succes bij die 100 trekkingen voor. X heeft dan een **binomiale kansverdeling** met:

$$P(X = k) = \binom{100}{k} \cdot 0,23^k \cdot 0,77^{100-k}$$

hierin is: $\binom{100}{k} = \frac{100!}{k!(n-k)!}$ wat er op de Casio fx-CG50 uit ziet als 100 C k.

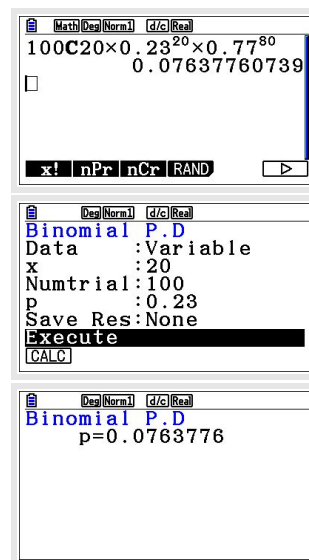
De kans $P(X = 20)$ is dan gewoon in je rekenvenster **RUN-MATRIX** te bepalen:

- Voer in 100 en ga naar **(F6)**(Volgende pagina) **(F3)**(PROB) **(F3)**(nCr).
- Vervolg met 20 **(x)** 0.23 **(^)** 20 **(▶)** **(x)** 0.77 **(^)** 80 en **(EXE)**.

Het antwoord zie je in het venster hiernaast.

Dit kan echter gemakkelijker. De Casio fx-CG50 kent namelijk de functie "Bpd" (binomial probability distribution function) waarmee kansen zoals die hierboven rechtstreeks zijn te berekenen:

- Ga naar het menu **STATISTICS**.
- Toets **(F5)**(DIST), je hebt dan het DISTR-menu (distribution = verdeling).
- Toets **(F5)**(BINOMIAL) en **(F1)**(Bpd).
- Je ziet dan een venster waarin je waarden kunt invoeren. Vul dit in zoals je in de tweede figuur ziet.
- Toets **(EXE)** het antwoord verschijnt in je scherm.



Op deze manier kun je ook $P(X \leq 20)$ berekenen door Bcd te kiezen.

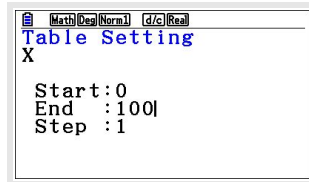
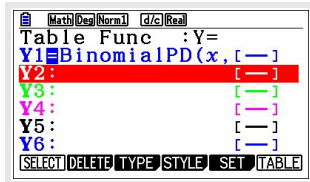
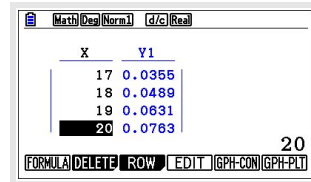
Voor andere varianten moet je vervolgens omrekenen.

Ga na:

- $P(X \leq 20 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = 0,2810...$
(F5) **(F5)** en **(F2)**(Bcd) en vul Lower: 0, Upper: 20, Numtrial: 100 en p: 0.23 in en voer de berekening uit.
- $P(X < 20 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = P(X \leq 19) = 0,2046...$
- $P(X \geq 20 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = 1 - P(X \leq 19) = 0,7953...$
- $P(X > 20 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = 0,7189...$
- $P(10 \leq X \leq 20 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 0,2808...$
- $P(10 < X < 20 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = 0,2040...$

Een **complete kansverdeling** is nu eenvoudig te maken door de binomiale kans met een variabele X in het menu **TABLE** als functie in te voeren en dan een tabel met stapgrootte 1 bij die functie te maken. Dat gaat zo:

- Toets **MENU** **7** om in het tabelmenu te komen.
- Toets **OPTN** **F6** (Volgende pagina) **F3** (STAT) **F1** (DIST), **F5** (BINOMIAL) en **F1** (Bpd).
- Stel via **F5** (SET) de tabel in (zie tweede figuur) en **EXE**.
- Bekijk de tabel via **F6** (TABLE), loop er met de pijltjestoetsen doorheen.

X	Y1
17	0.0355
18	0.0489
19	0.0831
20	0.0783

FORMULA DELET ROW EDIT GPH-CON GPH-PLT



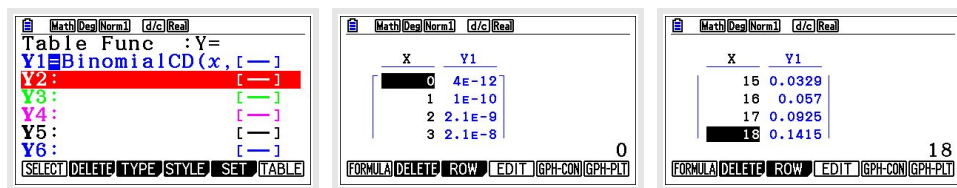
2 Grenswaarden bij binomiale kansverdelingen

Vooraf bij het toetsen van hypothesen wil je **grenswaarden opzoeken bij binomiale kansverdelingen**.

Het gaat dan om problemen als:

Bepaal de waarde van g waarvoor: $P(X \leq g | n = 100 \text{ en } p = 0,23) = 0,10$.

Je moet daarvoor zelf een cumulatieve kansverdeling maken voor de binomiale toevalsvariabele x met $n = 100$ en $p = 0,23$. Dat doe je door deze kansverdeling in te voeren in het menu **TABLE** als functie $Y1 = \text{BinomialCD}(x, 100, 0.23)$ en dan de tabel van die functie (stapgrootte 1) in beeld te brengen. In de figuren hieronder zie je hoe dat er uit ziet. De gezochte grenswaarde is kennelijk $g = 17$.



Er zijn weer varianten mogelijk, bijvoorbeeld:

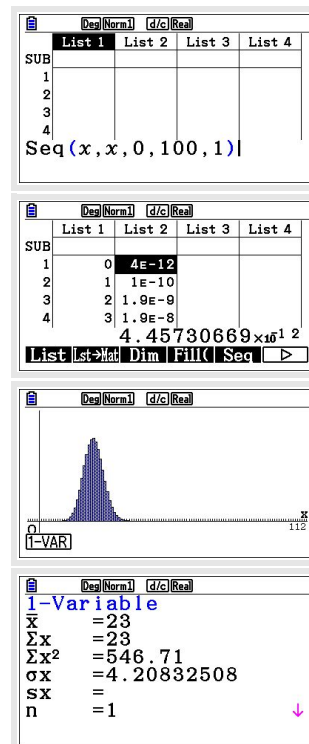
- Bepaal de waarde van g waarvoor: $P(X < g | n = 100 \text{ en } p = 0,23) < 0,10$.
In dit geval gebruik je dat $P(X \leq g - 1 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) < 0,10$.
De waarde 17 die je krijgt is dan dus $g - 1$, zodat nu $g = 18$.
- Bepaal de waarde van g waarvoor: $P(X \geq g | n = 100 \text{ en } p = 0,23) < 0,10$.
In dit geval gebruik je dat $P(X \leq g - 1 | n = 100 \text{ en } p = 0,23) > 0,90$.
Ga na, dat nu $g = 29$.



3 Kanshistogrammen

Bij een binomiale kansverdeling kun je een kanshistogram maken. Je laat dan de grafische rekenmachine een lijst met kansen maken. Stel bijvoorbeeld dat je een kanshistogram wilt maken bij een binomiale verdeling met $n = 100$ en $p = 0,23$. Dat kun je zo doen:

- Ga naar het menu **STATISTICS**.
(Maak eventueel eerst de eerste twee lijsten leeg, zie het practicum "Statistiek en de Casio fx CG-50".)
- Ga op "List 1" staan. Toets **OPTN**, **F1**(List) en **F5**(Seq).
- Voer achter Seq(in $x, x, 0, 100, 1$) en **EXE**.
- Hiermee heb je in List 1 de getallen 0 t/m 100 gezet. Ga dat na door met de pijltjes toetsen door de lijst te lopen.
- Voer in List 2 de kansen in door op "List 2" te gaan staan en weer **OPTN**, **F1**(List) en **F5**(Seq) te toetsen.
Omdat je helaas nu de functie BinomialPD niet kunt gebruiken, vul je dit aan met $100 C x \times 0,23^x \times 0,77^{100-x}$, $x, 0, 100, 1$) en **EXE**. Je vindt $100 C x$ door eerst 100 in te voeren en dan **OPTN**, **F5**(PROB) en **F3**(nCr) te toetsen, gevolgd door **X, 0, T**.
Nu staan in List 2 de bijbehorende kansen. Controleer dat.
- Nu je List 1 en List 2 hebt ingevoerd, kun je diagrammen maken.
Ga via **EXIT** terug naar het beginscherm met beide lijsten.
- Toets **F1**(GRAPH) en **F6**(SET).
Kies voor een histogram. Vul verder in: XList = List 1 en Frequency = List 2.
Druk op **EXE** en **F1**(GRAPH1). Laat het diagram starten bij 10 met breedte 1.



Oefen jezelf door zo een paar kanshistogrammen bij de binomiale verdeling te maken. Cumulatieve kanshistogrammen lukken ook.

Als je een kansverdeling als lijst in de Casio fx-CG50 hebt ingevoerd, dan kun je eenvoudig een maat voor het centrum van de verdeling en een maat voor de spreiding van de verdeling vinden.

- Het centrum van de kansverdeling van X is de **verwachting**, aangegeven met μ_X of $\bar{X}$.
- De spreiding van de kansverdeling van X is de **standaardafwijking**, aangegeven met σ_X .

Om deze centrum- en spreidingsmaten in één keer in beeld te krijgen, ga je via **EXIT** weer terug naar het startmenu met beide ingevoerde lijsten. Toets **F2**(CALC) en **F6**(SET) om in te stellen met welke kolommen moet worden gerekend: 1Var XList = List1 en 1Var Freq = List2 en **EXE**. Toets nu **F1**(1-VAR) en je vindt de juiste gegevens.

Doe dit met de binomiale kansverdeling uit de voorgaande tekst. De resultaten vind je in de onderste figuur. De verwachting is 23 en de standaarddeviatie is ongeveer 4,21.



4 Betrouwbaarheidsinterval bij proporties

(Dit wordt gebruikt bij HAVO wiskunde A en is daarom speciaal daarvoor aangepast aan de daarbij behorende formulekaart.)

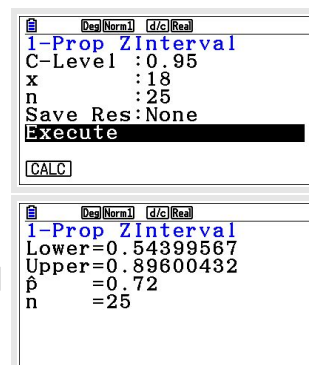
Soms wordt er gevraagd naar een betrouwbaarheidsinterval voor de populatieproportie.

Er wordt een steekproef van omvang $n = 25$ genomen om de proportie p te schatten.

Het aantal successen in deze steekproef is 18

Bepaal het 95% betrouwbaarheidsinterval van de proportie.

- Ga naar het menu **STATISTICS**. Als je niet op de startpagina met de lijsten terecht komt, toets je een paar maal **EXIT**.
- Toets op de startpagina **F4**(INTR) (van "interval"), dan **F1**(Z) en **F3**(1-PROP).
- Voer vervolgens in x: 18 en n: 25 en C-Level: 0.95 (C van confidence) en Execute **EXE**.
- Je krijgt het gevraagde betrouwbaarheidsinterval [0,544; 0,896] en ook zie je de proportie $0,72 = \frac{18}{25}$. Zie de figuur.



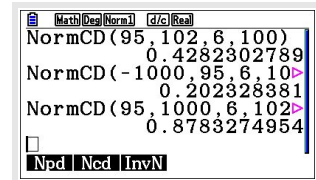
In drie decimalen nauwkeurig ligt het betrouwbaarheidsinterval voor de proportie tussen 0,544 en 0,896.



5 De normale kansverdeling

Als een toevalsvariabele X normaal is verdeeld met een gemiddelde van $\mu_X = 100$ en een standaardafwijking van $\sigma_X = 6$, dan kun je in het menu **RUN-MATRIX** de volgende kansen berekenen met de Casio fx-CG50.

- $P(95 < X < 102 \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,4282\dots$
Toets **OPTN**, **F5**(STAT), **F3**(DIST), **F1**(NORM) en **F2**(Ncd).
Vul in NormCD(95,102,6,100) en **EXE**.
- $P(X < 95 \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,2023\dots$
Toets **OPTN**, **F5**(STAT), **F3**(DIST), **F1**(NORM) en **F2**(Ncd).
Vul in NormCD(-1000,102,6,100) en **EXE**.
- $P(X > 95 \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 1 - P(X < 95 \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,7976\dots$
Toets **OPTN**, **F5**(STAT), **F3**(DIST), **F1**(NORM) en **F2**(Ncd).
Vul in NormCD(95,1000,6,100) en **EXE**.



Loop al deze berekeningen zelf na!

Bij een normale kansverdeling kun je op de Casio fx-CG50 de te berekenen kansen als oppervlakte onder de normaalkromme in beeld brengen. Daartoe gebruik je het menu **STATISTICS**.

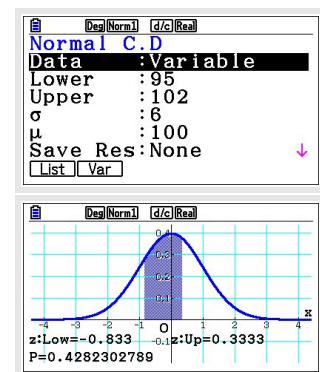
Stel je voor dat je de volgende kans wilt berekenen en **in beeld brengen als oppervlakte onder de normale verdeling**:

$$P(95 < X < 102 \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,4282\dots$$

Je voorziet eerst je grafiekenscherm van de goede instellingen, bijvoorbeeld x laat je tussen 80 en 120 lopen en y (dat zijn de waarden bij de normaalkromme) tussen -0,1 en 0,2. Zorg dat er geen functies meer zijn ingevoerd, anders krijg je daarvan misschien ook nog de grafieken in beeld. Vervolgens toets je:

- Ga naar de startpagina van het menu **STATISTICS** en toets **F5**(DIST), **F1**(NORM) en **F2**(Ncd).
- Een nieuw venster opent. Vul de gegevens zoals hiernaast in, ga naar Execute en toets **F6**(DRAW).
- De tweede figuur hiernaast komt dan in beeld.

Je ziet onderaan achter $P=$ de bijbehorende kans. De twee z -waarden zijn de bijbehorende grenzen van de standaardnormale verdeling.



6 Grenswaarden bij normale kansverdelingen

Terugrekenen vanuit gegeven kansen bij de normale verdeling kan ook gemakkelijk met de Casio fx-CG50. Je wilt dan bij een normaal verdeelde variabele X bij een gegeven kans de bijbehorende grenswaarde g voor X terugzoeken:

- $P(X < g \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,20$
Ga naar het menu **STATISTICS** en toets **F5**(DIST), **F1**(NORM) en **F3**(InvN).
Het gaat om de kans dat X kleiner dan een bepaalde grenswaarde is, dus Tail: Left (de "staart naar links"). Voer vervolgens in Area: 0.20, σ : 6 en μ : 100 en **EXE**.
Je vindt $g = 94,9502726$ dus $g \approx 95$.
- $P(X > g \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,20$ geeft $P(X < g \mid \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,80$
Dit doe je dan op een vergelijkbare wijze, nu krijg je $g \approx 105$.

Loop ook deze berekeningen zorgvuldig na!



7 Betrouwbaarheidsinterval bij gemiddelden

(Dit wordt gebruikt bij HAVO wiskunde A en is daarom speciaal daarvoor aangepast aan de daarbij behorende formulekaart.)

Soms wordt er gevraagd naar een betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde. Dat bereken je met een speciale functie: z-interval.

Stochast X is verdeeld met standaardafwijking $\sigma_X = 4$.

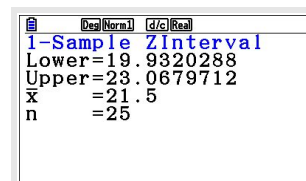
Er wordt een steekproef van omvang $n = 25$ genomen om het populatiegemiddelde te schatten.

Het gemiddelde van deze steekproef $\bar{X} = 21,5$.

Bereken het 95% betrouwbaarheidsinterval van het gemiddelde.

Omdat het hier gaat om de schatting van het gemiddelde met een steekproef mag je aan nemen dat dat gemiddelde normaal verdeeld is en dus de z-verdeling gebruiken.

- Ga naar het menu **STATISTICS**. Als je niet op de startpagina met de lijsten terecht komt, toets je een paar maal **EXIT**.
- Toets op de startpagina **F4**(INTR) (van "interval"), dan **F1**(Z) en **F1**(1-SAMPLE).
- Vul in σ : 4, $\bar{x}$: 21.5, n : 25 en C-level: 0.95 en Execute **EXE**.



	Des	(Norm)	D/c	Real
1-Sample Z Interval				
Lower	=	19.9320288		
Upper	=	23.0679712		
$\bar{x}$	=	21.5		
n	=	25		

In de figuur zie je het resultaat.

Het betrouwbaarheidsinterval ligt dus tussen 19,9 en 23,1.



8 Gemiddelde of standaardafwijking berekenen

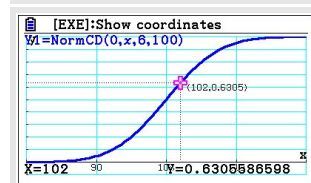
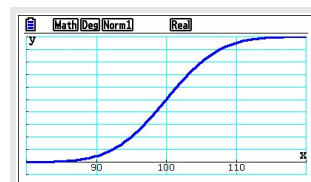
Als je met kansen te maken hebt bij een normale verdeling, dan werk je altijd met NormCD. Je kunt in het menu **GRAPH** deze cumulatieve normale verdeling invoeren. En dat is handig bij het bepalen van kansen en vooral bij het terugrekenen vanuit een gegeven kans.

Stel je voor dat je de volgende kans wilt berekenen:

$$P(X < 102 | \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6)$$

Daarvoor ga je zo te werk:

- Ga eerst naar het menu **GRAPH** en haal alle ingevoerde functies weg.
- Toets **OPTN**, **F6**(►), **F3**(STAT), **F1**(DIST), **F1**(NORM) en **F2**(Ncd).
- Vul in: NormCD(0,x,6,100).
- Plot vervolgens de grafiek door op **F6**(DRAW) te drukken.



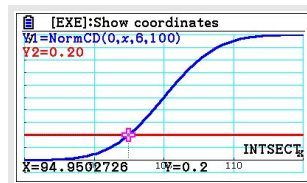
Voorzie nu je grafiekscherm van de goede instellingen, laat x bijvoorbeeld lopen tussen 80 en 120 en y (dat zijn de kansen bij de cumulatieve normaal-kromme) tussen -0,1 en 1. Toets nu **F1**(Trace) om over de grafiek te lopen en kansen te bepalen. Typ $x = 102$ in om de precieze kans te bepalen: 0,6305...

Op deze manier kun je gemakkelijk terugrekenen vanuit een gegeven kans. Stel je voor dat je g wilt berekenen als:

$$P(X < g | \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,20$$

Je voert dan voor Y1 de cumulatieve normaal-kromme in (net als hiervoor) en voor Y2 de gegeven kans 0,2.

Met behulp van **F5**(G-Solv), **F5**(INTSECT) vind je dat $g = 94,95027...$, dus $g \approx 95$.



Je wilt van een normaal verdeelde kansvariabele X de **standaardafwijking** bepalen als gegeven:

$$P(X < 102 | \mu_X = 100 \text{ en } \sigma_X = ??) = 0,6$$

Je gaat dan zo te werk:

- Voer bij Y1 NormCD in met als onder- en bovengrens 0 en 102, $\sigma = x$ en $\mu = 100$.
- Stel het venster zo in dat x (dat is nu de standaarddeviatie!) loopt van 0 tot zeg 20 en y loopt van 0 tot 1 (cumulatieve kansen).
- Laat de rekenmachine het snijpunt berekenen: $x = 7,8943...$

Dus is de standaarddeviatie in dit geval $\sigma \approx 7,9$.

Je wilt van een normaal verdeelde kansvariabele X het **gemiddelde** bepalen als gegeven:

$$P(X < 102 \mid \mu_X = ?? \text{ en } \sigma_X = 6) = 0,6$$

Je gaat dan zo te werk:

- Voer bij Y1 NormCD in met als onder- en bovengrens 0 en 102, $\sigma = 6$ en $\mu = x$.
- Stel het venster zo in dat x (dat is nu gemiddelde!) loopt van 80 tot zeg 120 en y loopt van 0 tot 1 (cumulatieve kansen).
- laat de rekenmachine het snijpunt berekenen: $x = 100,4799\dots$

Dus is het gemiddelde in dit geval $\sigma \approx 100,5$.



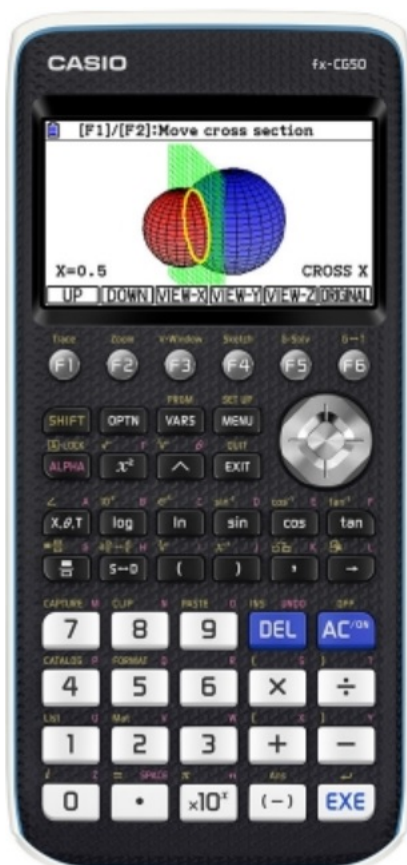
Matrixrekening en de Casio fx-CG50

De Casio fx-CG50 kan je behulpzaam zijn bij het rekenen met matrices. Vooral bij machten van matrices is de rekenmachine erg handig.

Loop eerst het practicum: **Basistechnieken Casio fx-CG50** door.

Inhoud

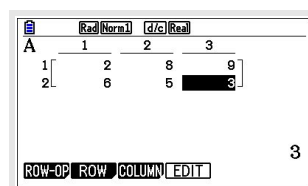
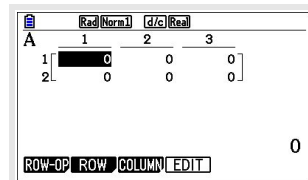
1	Matrices invoeren	38
2	Matrices oproepen en ermee rekenen	39
3	De elementen van een matrix afronden	40



1 Matrices invoeren

Een matrix invoeren doe je in het menu **RUN-MATRIX**. Dit gaat als volgt

- Maak het rekenscherf leeg via **(F2)**(DELETE).
- Toets **(F3)**(▶MAT/VCT) en kies dan één van de 10 mogelijke invoerletters, bijvoorbeeld Mat A.
- Als de afmetingen van matrix A nog niet zijn ingesteld, krijg je na **(EXE)** een scherm te zien om de afmetingen in te stellen: het aantal rijen is m en het aantal kolommen n.
- Als de afmetingen van matrix A wel zijn ingesteld, toets je **(F3)**(DIM) om de afmetingen in te stellen: het aantal rijen is m en het aantal kolommen n.
- Kies m: 2 en n: 3. Je krijgt dan een 2×3 -matrix.
- Nu ga je de matrix vullen: je voert steeds een getal in en **(EXE)**. De cursor springt vanzelf naar de volgende invulpositie, de matrix wordt rij voor rij gevuld.
- Na het laatste element te hebben ingevuld kun je het matrix-menu makkelijk verlaten via **(EXIT)**. De matrix A is nu volledig ingevoerd.



Voer zelf een matrix A in.



2 Matrices oproepen en ermee rekenen

Elke matrix die je hebt ingevoerd kun je oproepen in het menu **RUN-MATRIX** door:

- Toets **OPTN** **F2**(MAT/VCT) en **F1**(MAT).
Je ziet in je rekenschermbekers verschijnen: Mat.
- Matrix *A* roep je op door achter Mat de letter *A* te typen (via **ALPHA** **X,Θ,T**).
Deze matrix verschijnt nu in je rekenschermbekers.

Onthoud wel goed bij welke letter je een bepaalde matrix hebt ingevoerd!

Aan eventuele schuifpijltjes kun je zien dat de matrix groter is dan je beeldscherm. Met behulp van de pijltjestoetsen kun je dan de overige elementen bekijken.

Je kunt een matrix een nieuwe letter geven, door hem te kopiëren naar een andere matrix. Bijvoorbeeld matrix *A* naar matrix *B*: Mat *A* oproepen, **↵** toetsen en dan Mat *B* oproepen en **EXE**. Dus: Mat *A* → Mat *B*.

Om met matrices te kunnen **rekenen**, moet je de juiste matrixletter(s) oproepen in het rekenschermbekers. Je kunt dan de normale matrixbewerkingen uitvoeren, namelijk optellen, aftrekken, vermenigvuldigen met een getal, vermenigvuldigen, machtsverheffen.

Uiteraard gelden dan wel de gebruikelijke rekenregels voor het vermenigvuldigen van matrices.

Soms moet je juist de **getransponeerde matrix** A^T gebruiken om mee te rekenen. Druk dan op **OPTN** **F2**(Mat) en **F4**(Trn). Voer vervolgens je matrix in en **EXE**. Je krijgt nu de getransponeerde van de gekozen matrix.

Even oefenen

Oefen het rekenen met matrices en controleer nog eens dat je grafische rekenmachine alle rekenregels voor matrices kent.



3 De elementen van een matrix afronden

Soms verschijnen er decimalen, vooral bij overgangsmatrices kan dit het geval zijn. Het is dan mogelijk om de elementen van de matrix af te ronden:

- Voer eerst een matrix in met veel decimalen, of kijk of er al zo'n matrix is ingevoerd.
- Toets **SHIFT** **MENU** en ga met de pijltjestoets naar "Display" en toets dan: **F1**(Fix) en neem bijvoorbeeld 2 decimalen.
- Toets **EXE**. De rekenmachine rondt vanaf nu elk getal af op twee decimalen.
- Roep de gewenste matrix op, alle getallen zijn nu afgerond op twee decimalen.

Even oefenen

Voer dit zelf een paar keer uit.



Parameterkrommen en de Casio fx-CG50

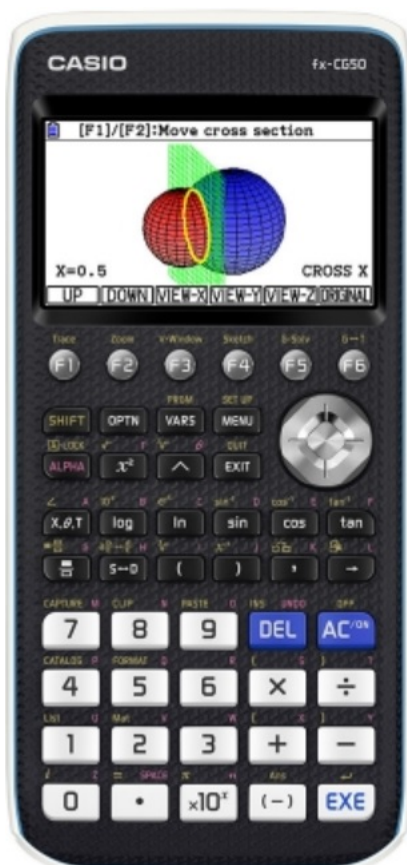
De Casio fx-CG50 kan krommen tekenen die worden gegeven door x als functie van t en y als functie van t . De variabele t heet de **parameter** van de kromme, je kunt hem opvatten als de "tijd". Op elk tijdstip t kun je met behulp van de functies $x(t)$ en $y(t)$ berekenen op welke plaats (x,y) het punt dat de kromme doorloopt zich bevindt. Ook kan deze rekenmachine hellingsgetallen berekenen in elk punt van de kromme.

Een andere manier om krommen te beschrijven is met behulp van poolcoördinaten. Daarover gaat het laatste deel van dit practicum.

Loop eerst het practicum: **Functies en de Casio fx-CG50** door.

Inhoud

1	Een parameterkromme tekenen	42
2	Hellingsgetallen bij parameterkrommen	43
3	Krommen in poolcoördinaten	44



1 Een parameterkromme tekenen

Stel je voor dat je de kromme K wilt tekenen gegeven door:

$$x(t) = 5 \sin(t) \text{ en } y(t) = 5 \sin(2t), \text{ met } t \text{ lopend van } 0 \text{ tot en met } 2\pi.$$

Je zet dan eerst de rekenmachine in de juiste stand:

- Ga naar het menu **GRAPH**.
- Toets **(SHIFT)** **(MENU)** (SETUP) en stel in Angle: Rad (t is in radialen).
- Toets **(EXIT)** om dit scherm te verlaten.

Ga in het menu **GRAPH** naar de basispagina waar je functies (en krommen) kun invoeren.

Kies voor **(F3)**(TYPE) en dan voor **(F3)**(Param). Als je op die knop drukt krijg je het scherm hiernaast, meestal zonder ingevoerde kromme, maar er kan ook nog werk van een vorige gebruiker in staan. Vervolgens voer je de twee functies $x(t)$ en $y(t)$ in, net zoals je dat bij gewone functies doet. Ook nu werk je met **(X,T,θ,N)** om de variabele t in te voeren, hier levert dat een T op.

In de figuur zie je de kromme op de juiste wijze ingevoerd.

Voordat je de grafiek gaat bekijken moet je eerst de vensterinstellingen goed maken. Dat doe je (net als bij functies) via **(SHIFT)** **(F3)**(V-Window). Het scherm dat je dan krijgt begint met de in te stellen waarden voor X en Y en vervolgens kun je de juiste waarden voor T gaan instellen en **(EXE)**.

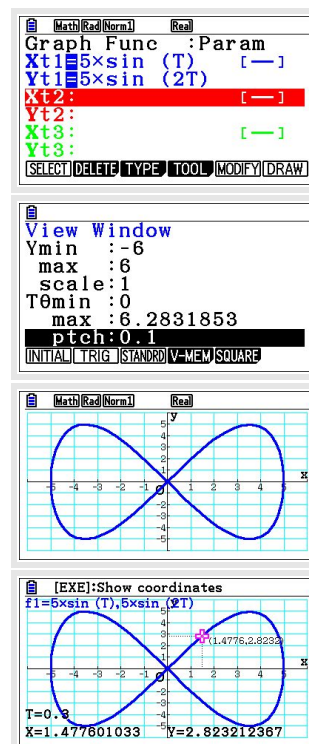
In de figuren zie je geschikte instellingen voor de gegeven kromme. Je ziet, dat de stapgrootte voor t is ingesteld op 0,1. Je kunt ook kleinere stappen maken, maar dan duurt het tekenen van de kromme langer. Maak je daarentegen hele grote stappen, dan worden er maar weinig punten van de kromme berekend, die dan worden verbonden op een zodanige manier dat je de kromme niet herkent!

Nu kun je via **(F6)**(DRAW) de kromme tekenen. Er ontstaat een mooie "liggende acht". Mogelijk is de kromme niet helemaal gesloten. Kies dan voor t waarden van 0 tot bijvoorbeeld 10 (dus iets meer dan 2π).

Met **(F1)**(Trace) kun je over de kromme lopen. Je gaat er dan met "tijd" stappen van 0,1 (die was immers ingesteld) overheen. De bijbehorende waarden voor t , x en y komen in beeld.

Experimenteer maar eens even met andere instellingen voor t .

Oefen het tekenen van krommen met de Casio fx-CG50. Zoek voorbeelden van krommen in je wiskundeboek.



2 Hellingsgetallen bij parameterkrommen

Je hebt de kromme $K: (x,y) = (5 \cdot \sin(t), 5 \cdot \sin(2t))$ met t lopend van 0 tot en met 10 bekeken in het voorgaande deel. Zorg ervoor dat deze kromme weer in beeld komt.

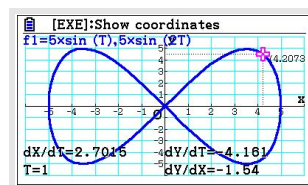
Bij elk punt van deze kromme kun je je afvragen welke **helling** de raaklijn aan de kromme heeft.

Deze helling wordt voorgesteld door $\frac{dy}{dx}$.

Zet de hellingwaarden aan door via **(SHIFT)** **(MENU)** (SETUP) in te stellen Derivative: On en **(EXE)**.

Je vindt die helling via **(F1)**(TRACE).

Vervolgens loop je met de cursor naar het gewenste punt of je tikt de gewenste waarde voor t in, bijvoorbeeld $t = 1$. De gewenste helling staat achter dY/dX .



Ook kun je je afvragen met welke **snelheid** de kromme wordt doorlopen in een bepaald punt.

Daarvoor gebruik je de verandering van x en die van y in dat punt, dus $x'(t)$ en $y'(t)$.

Deze veranderingen heten op de rekenmachine dX/dT en dY/dT . Ook deze waarden staan in beeld.

De snelheid waarmee het punt de kromme doorloopt voor $t = 1$ bereken je zo:

- Bepaal zowel dX/dT als dY/dT voor $t = 1$.
- Bereken in het rekenscherm de snelheid $v(1) = \sqrt{(x'(1))^2 + (y'(1))^2}$.

Je vindt bij de gegeven kromme: $v(1) \approx 4,96$ eenheden per tijdseenheid (afgerond op twee decimalen).

Bekijk ook de hellingsgetallen en bereken de doorloopsnelheid in andere punten van deze kromme. Waar gaat het doorlopen het snelst?



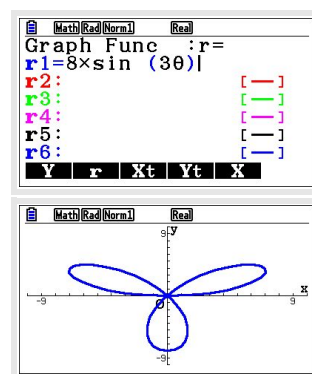
3 Krommen in poolcoördinaten

Een andere manier om een kromme te beschrijven is met zogenaamde **poolcoördinaten**. Daarbij werk je in een x,y -assenstelsel, maar geef je een punt P van een kromme weer door een functie van de vorm $r = f(\theta)$, waarin θ de hoek is die het lijnstuk OP met de positieve x -as maakt.

Een driebladige bloem krijg je met $r = 8 \sin(3\theta)$.

Je voert die formule zo in:

- Ga naar het menu **GRAPH**. Zorg er voor dat de rekenmachine op radialen staat ingesteld.
- Maak het invoerscherm voor functies en krommen leeg via **F2**(DELETE).
- Stel het invoeren van een formule in poolcoördinaten in via **F3**(TYPE) en **F2**($r=$). Voer de formule in. Gebruik weer **X, θ , T** voor de variabele. Je krijgt automatisch het teken θ .
- Stel het venster goed in. In dit geval zijn de standaardinstellingen wel goed.
- Met **F6**(DRAW) krijg je de kromme te zien.



Ook nu kun je met **F1**(Trace) over de kromme lopen en hellingsgetallen laten berekenen in punten van de kromme, met **F2**(Zoom) inzoomen en uitzoomen.

Experimenteer met krommen in poolcoördinaten. Hoe maak je bijvoorbeeld een achtbladige bloem?



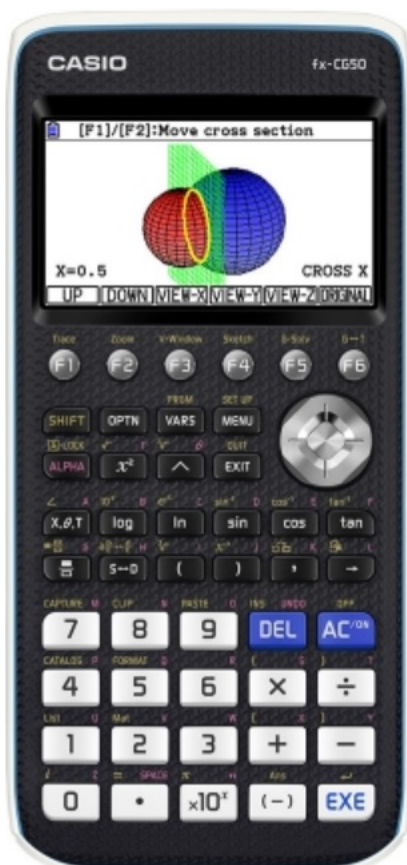
Regressie en de Casio fx-CG50

De Casio fx-CG50 kan bij bepaalde soorten verbanden bij een gegeven tabel een formule maken. Als je bijvoorbeeld denkt dat de grafiek bij een gegeven tabel bij benadering een rechte lijn is, dan past daar een lineair verband bij. Deze rekenmachine kan dan een formule voor dat lineaire verband opstellen.

Loop eerst het practicum **Basistechnieken Casio fx-CG50** door.

Inhoud

- | | | |
|---|------------------------------------|----|
| 1 | Een trendlijn bepalen | 46 |
| 2 | De correlatiecoëfficiënt berekenen | 47 |



1 Een trendlijn bepalen

Stel je voor dat je de volgende statistische gegevens hebt:

Lengte vader (cm)	173	168	178	180	165
Lengte zoon (cm)	180	175	180	183	175

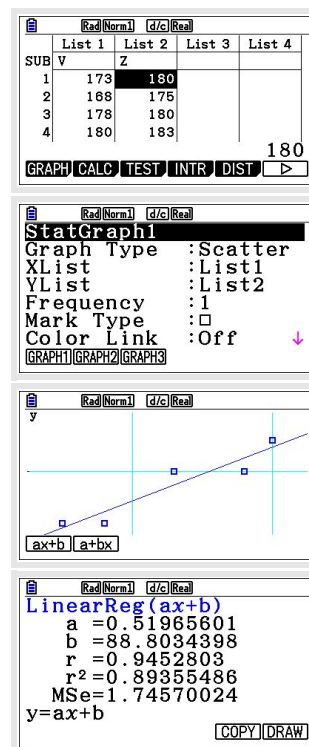
Je kunt bij deze waarden een **puntenwolk** maken. Soms liggen die punten ongeveer op een rechte lijn, de zogenaamde **trendlijn** of **regressielijn**. Je kunt dat als volgt nagaan:

- Open het menu **STATISTICS** en voer de gegevens in List 1 en List 2 in. (Misschien moet je eerst beide lijsten nog schoonmaken en wil je List 1 de naam V en List 2 de naam Z geven.)
- Toets vervolgens **F1**(GRAPH) en **F6**(SET).
- Je krijgt dan een nieuw venster.
Vul dit in zoals je in de tweede figuur ziet en **EXE**.
- Toets **F1**(GRAPH1) en je krijgt de puntenwolk te zien.

Nu wil je nog een bijpassende trendlijn maken en er een formule bij vinden.

- Toets **F1**(CALC) en **F2**(X).
- Je kunt nu kiezen voor een trendlijn van de vorm $y = ax + b$ of van de vorm $y = a + bx$.
Kies je **F1**($ax+b$) dan krijg je het onderste scherm te zien.
De regressielijn is $y \approx 0,52x + 88,80$.
- Via **F6**(DRAW) zie je de regressielijn in je puntenwolk.

Probeer zelf het resultaat te krijgen dat je in de figuren ziet.



2 De correlatiecoëfficiënt berekenen

Gebruik weer de gegevens die eerder in dit practicum zijn ingevoerd.

Voer nu weer de bepaling van de trendlijn uit zoals eerder in dit practicum beschreven is.

In het scherm waar de waarden a en b van de regressielijn worden getoond, zie je meer gegevens, waaronder de correlatiecoëfficiënt r_{xy} .

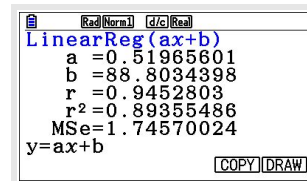
Hier is: $r_{xy} \approx 0,945$.

Er is dus sprake van een hoge correlatie.

Opmerking:

Je hebt vast wel gezien dat er ook andere verbanden tussen de variabelen kunnen worden onderzocht. Je kunt namelijk bij sommige gegevens ook een kwadratisch verband, of een derdegraads of vierdegraads verband, of een exponentieel verband, of een machtsverband of een logaritmisch verband proberen te vinden omdat de gegevens daar beter bij lijken te passen. Onder andere:

- Toets **F1**(CALC) en **F3**(X^2) geeft een kwadratisch verband.
- Toets **F1**(CALC), **F6**($\blacktriangleright$) en **F3**(EXP) geeft een exponentieel verband.
- Toets **F1**(CALC), **F6**($\blacktriangleright$) en **F4**(Power) geeft een machtsverband.



The screenshot shows a Casio calculator screen with the following text:
LinearReg(ax+b)
a =0.51965601
b =88.8034398
r =0.9452803
r^2=0.89355486
MSe=1.74570024
y=ax+b
At the bottom right, there are buttons labeled COPY and DRAW.



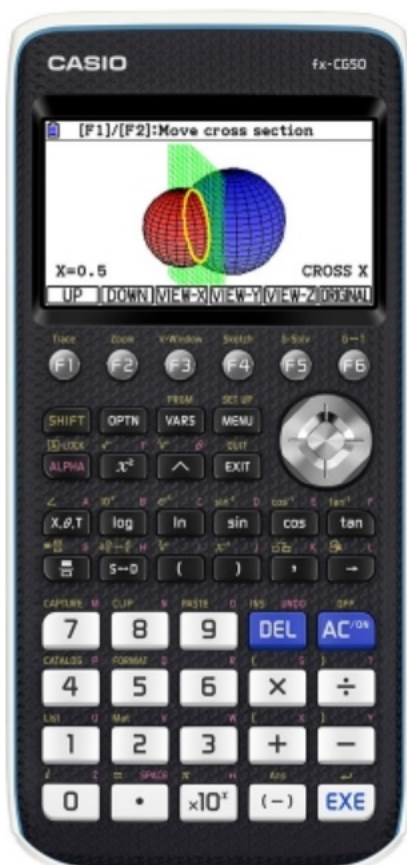
Rijen en de Casio fx-CG50

Met de Casio fx-CG50 kun je op diverse manieren rijen in beeld brengen. Verder kun je daarbij ook gemakkelijk somrijen en verschilrijen maken. Je kunt tijdgrafieken en webgrafieken tekenen.

Loop eerst het practicum: **Basistechnieken Casio fx-CG50** door.

Inhoud

1	Rijen met directe formules	50
2	Recursief gegeven rijen	52
3	Tijdgrafiek en webgrafiek	53
4	Stelsels rijen en fasegrafieken	54



1 Rijen met directe formules

Rijen met directe formules kunnen op drie manieren worden ingevoerd.

Ga uit van de rij met directe formule:

$$u_n = 800 \cdot 1,05^n \text{ met } n = 0,1,2,\dots$$

Rij als functie

Je kunt de rij als een gewone functie opvatten met als domein alleen de getallen 0,1,2,3,4,...

Je krijgt dan in het menu **TABLE** zo de rij in beeld:

- Voer het functievoorschrift in: $Y1 = 800 \cdot 1.05^x$.
- Laat de tabel die bij deze functie hoort op je scherm weergeven. Je ziet nu de termen van de rij.
- In het menu **GRAPH** kun je ook de grafiek bekijken (stel wel het venster goed in). Alleen krijg je geen losse punten, maar een aaneengesloten grafiek.

X	Y1	Y2
0	800	40
1	840	42
2	882	44.1
3	926.1	46.305

Je kunt de bijbehorende **verschilrij** in beeld brengen via: $Y2 = Y1(x + 1) - Y1(x)$.

Je vindt Y via **(VAR)** **(F4)**(GRAPH) en **(F1)**(Y).

Je kunt geen bijbehorende **somrij** maken. De Casio ondersteunt geen sommeerfunctie binnen een functie.

Bekijk de tabellen en de grafieken van deze rij en de verschilrij.

Rij als lijst getallen

Je kunt de rij als een lijst met getallen opvatten. Je kunt hem dan invoeren in het menu **SPREADSHEET**. Dat gaat zo:

- Maak de spreadsheet eventueel eerst leeg met **(F4)**(CLEAR) **(F3)**(ALL) en ga met **(EXIT)** terug naar het spreadsheet menu.
- Voer in kolom A de nummers van de termen (hier: 0,1,2,3,4,...,20) in door in cel A1 te gaan staan, **(F2)**(EDIT) **(F5)**(SEQ) te toetsen en Expr: x, Var: x, Start: 0, End: 100 en Incre: 1 (de stapgrootte is 1) in te stellen en **(EXE)**. Ga na dat nu de getallen 0 t/m 100 in kolom A staan.
- Voer in kolom B de termen van de rij in door in cel B1 te gaan staan **(F5)**(SEQ) te toetsen en Expr: 800×1.05^x , Var: x, Start: 0, End: 100 en Incr: 1 (de stapgrootte is 1) in te stellen en **(EXE)**. Ga na dat nu de waarden van de rij in kolom B staan.

De bijbehorende **verschilrij** kan nu in kolom C.

- Ga in cel C1 staan.
- Voer als celberekening in **(SHIFT)** **(=)** en **(ALPHA)** **(LOG)**(B) 2 - **(ALPHA)** **(LOG)**(B) 1 in en **(EXE)**.
In cel C1 staat nu de formule $=B2 - B1$ en de uitkomst 40.
- Ga weer in cel C1 staan. Je gaat nu de inhoud (formule) kopiëren naar C2 t/m C100. Toets **(EXIT)** om naar het spreadsheetmenu terug te gaan.
- Voer als celberekening in **(F2)**(EDIT), **(F6)**(▶) **(F1)**(FILL) en voer in Cell Range:C1:C100 en **(EXE)**. Je ziet de verschilrij in kolom C.

SHE	A	B	C	D
1	0	800	40	
2	1	840	42	
3	2	882	44.1	
4	3	926.1	46.305	
5	4	972.4	48.62	

Je kunt op vergelijkbare wijze de bijbehorende **somrij** maken in kolom D.

Je moet dan in cel D1 eerst invoeren: SHIFT [] (=) en F5 (CELL) F5 (SUM).

Achter CellSum(zet je dan B\$1:B1 en EXE . Het teken \$ geeft aan dat bij kopiëren van deze cel naar een andere cel, deze waarde erachter niet zal worden gewijzigd. "B1" zal bij kopiëren naar cel D2 wel worden vervangen door "B2". In D2 wordt dus de som van B1 en B2 berekend, in D3 die van B1, B2 en B3, enzovoort.

Bekijk de tabellen en de grafieken van deze rij, de verschilrij en de somrij.

Rij in de seq-mode

Speciaal voor Rijen is er echter het menu **RECURSION**.

Open dit menu. Zie je niet a_n , maar a_{n+1} of a_{n+2} , stel dan eerst het juiste type in via F3 (TYPE) F1 (rij alleen afhankelijk van n).

Achter a_n voer je het voorschrift van de rij in: $a_n = 800 \cdot 1,05^n$.

De n vind je via F1 .

Via F6 (SET) voer je in tussen welke waarden n loopt.

Via F6 (TABLE) zie je een tabel van de rij.

Voor de bijbehorende **somrij** doe je het volgende: SHIFT [MENU] (SETUP) en zet $\Sigma\text{Display}$: On. Vraag de tabel nog een keer op. Als het goed is, zie je het tweede plaatje hiernaast.

SHE	A	B	C	D
1	0	800	40	800
2	1	840	42	1640
3	2	882	44.1	2522
4	3	926.1	46.305	3448.1
5	4	972.4	48.62	4420.5

Recursion

$a_n = 800 \times 1.05^n$

$b_n :$

$c_n :$

SEL+S DELETE TYPE n SET TABLE

n	a_n	Σa_n
0	800	800
1	840	1640
2	882	2522
3	926.1	3448.1

Even oefenen

Maak een grafiek van de rij waarbij n loopt van 1 t/m 20.

Oefen het werken met rijen gegeven door een directe formule.



2 Recursief gegeven rijen

Voor een rij die gegeven is door een recursieformule gebruik je het menu **RECURSION**.

Bekijk nog eens de rij met directe formule:

$$u_n = 800 \cdot 1,05^n \text{ met } n = 0, 1, 2, \dots$$

De bijbehorende recursieformule is:

$$u_{n+1} = 1,05 \cdot u_n \text{ met } u_0 = 800$$

Staat het recursievoorschrift in de vorm $u_n = 1,05 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 800$, moet je het eerst aanpassen naar de vorige vorm. Bedenk dat dit mag, omdat beide manieren van schrijven betekenen: "Deze term ontstaat uit de vorige door ..."

Voer de rij als volgt in:

- Stel eerst het juiste type in via **F3**(TYPE) **F2** (alleen gebruik van de vorige term (en eventueel ook nog n zelf)).
- Toets achter $a_{n+1} = 1.05 \times$ **F2**(a_n) en **EXE**.
- Stel de goede waarden voor n en a_0 in: **F5**(SET), met Start: 0, End: 100 en a_0 : 800 en **EXE**.
- Bekijk de tabel via **F6**(TABLE).

n+1	a _{n+1}	Σa _{n+1}
1	840	1640
2	882	2522
3	926.1	3448.1
4	972.4	4420.5

Je kunt ook een grafiek bekijken via **F6**(GPH-PLT) (graph-plot) en **F1**(a_n).

Stel wel het venster goed in.

Maak een tabel en een grafiek van de rij waarbij n loopt van 1 t/m 20. Oefen het werken met rijen gegeven door een recursieformule.

Opmerkingen:

- De **somrij** zie je als Σa_n in de tabel omdat dit nog is ingesteld via **SHIFT** **MENU** als Σ Display: On. Ook daarvan kun je een grafiek maken.

De rij van Fibonacci

Hier zie je hoe de rij van Fibonacci kan worden ingevoerd.

Dit is een recursieve uitdrukking van de tweede orde. En daar moet je dus eerst voor kiezen, nadat je andere rijen hebt verwijderd. Vervolgens toets je **F4**($n.a_n$) en voer je via **F3**(a_{n+1}) en **F2**(a_n) de juiste formule in.

n+2	a _{n+2}	Σa _{n+2}
2	2	4
3	3	7
4	5	12
5	8	20

Maak zelf de bijbehorende grafiek en tabel.



3 Tijdgrafiek en webgrafiek

Je kunt bij rijen twee soorten grafieken maken:

- "gewone" grafieken of tijdgrafieken zoals je die eerder zag;
- webgrafieken.

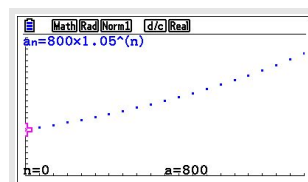
Gebruik weer dezelfde rij als hiervoor met directe formule: $u_n = 800 \cdot 1,05^n$ en recursieformule: $u_n = u_{n-1} \cdot 1,05$ en $u_0 = 800$, waarbij $n = 0,1,2,3,4,\dots,20$

Gebruik het menu **RECURSION**.

De **tijdgrafiek** kun je in beeld krijgen als de directe formule of de recursieformule is ingevoerd.

Toets **(F6)**(TABLE), **(F6)**(GPH-PLT) en **(F1)**(a_n).

Stel de juiste scherminstellingen (n loopt van 0 t/m 20 en $u(n)$ loopt van 0 tot 2400) in. Met behulp van **(F1)**(Trace) loop je over de grafiek.



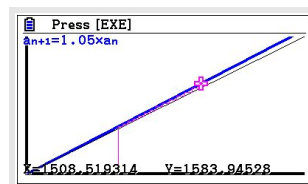
De **webgrafiek** kun je alleen in beeld krijgen als de recursieformule is ingevoerd.

Verder moet je via **(F5)**(SET) een startwaarde opgeven, bijvoorbeeld $a_n\text{Str}: 800$.

Toets **(F6)**(TABLE) en **(F4)**(WEB-GPH).

Stel de juiste scherminstellingen (x loopt van 0 t/m 2400 en y loopt van 0 tot 2400) in.

Met behulp van **(EXE)** ontstaat de webgrafiek.

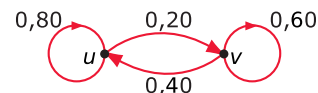


4 Stelsels rijen en fasegrafieken

Er ontstaan stelsels rijen als je bijvoorbeeld te maken hebt met een migratiematrix, met de prooi-roofdier-cyclus, of bepaalde economische modellen. Een voorbeeld van zo'n stelsel is (de bijpassende migratiegraaf staat er naast):

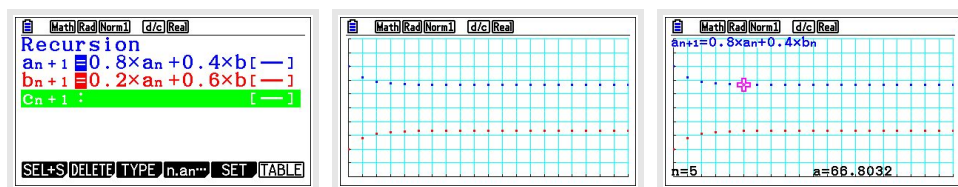
$$\begin{cases} u(n) = 0,8 \cdot u(n-1) + 0,4 \cdot v(n-1) \\ v(n) = 0,2 \cdot u(n-1) + 0,6 \cdot v(n-1) \end{cases}$$

met $u(0) = 80$ en $v(0) = 20$.



In het menu **RECURSION** kun je beide rijen als recursieformules invoeren, zie de linker figuur.

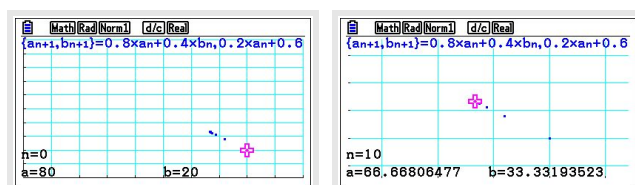
Denk om het invoeren via **F5**(SET) van de startwaarden. Door vervolgens de tabel even door te bladeren, zie je dat de waarden tussen 0 en 100 liggen. Via **F6**(GPH-PLT) krijg je een grafiek. Instellen van het grafiekvenster levert dan het beeld in de tweede figuur op. Met **F1**(Trace) loop je door de figuur. Controleer dat.



Juist bij stelsels rijen is het vaak nuttig om een zogenaamde **fasegrafiek** te maken, waarin de rij $u(n)$ op de horizontale as en de rij $v(n)$ op de verticale as is uitgezet.

Je kiest dan als grafiektype **F3**(PHASE).

Zorg er wel voor dat nu beide assen van 0 t/m 100 lopen. Eventueel een beetje inzoomen...



Veel leuker is het om dit te doen bij een geschikt prooi-roofdier-model...



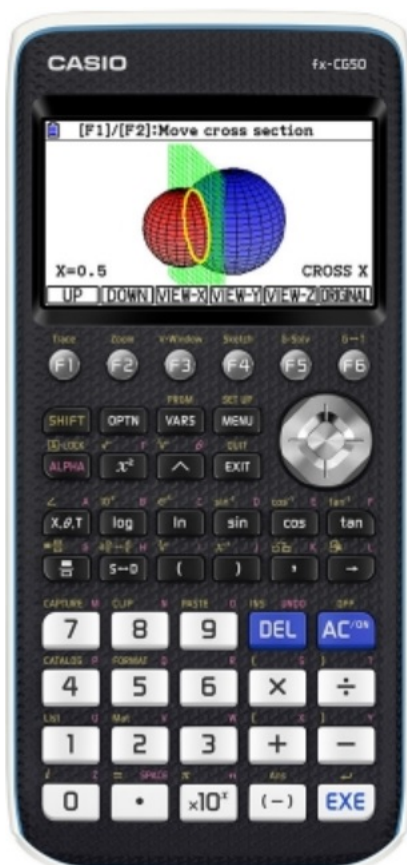
Simulaties en tellen en de Casio fx-CG50

De Casio fx-CG50 kan je behulpzaam zijn bij het bepalen van kansen. Hij kan simulaties van kansexperimenten uitvoeren en je helpen bij het tellen van mogelijkheden.

Loop eerst de practica: **Basistechnieken Casio fx-CG50** en **Statistiek en de Casio fx-CG50** door.

Inhoud

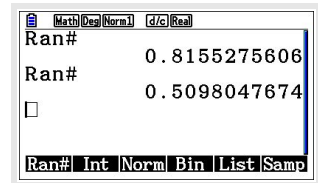
1	Simuleren	56
2	Werpen met dobbelstenen simuleren	57
3	Permutaties en combinaties	58



1 Simuleren

Het werpen met een dobbelsteen kun je in het rekenmenu **RUN-MATRIX** simuleren met toevalsgetallen. Bij de Casio fx-CG50 vind je de "randomizer" (toevalsgetallenmaker) door

- **OPTN** te toetsen en dan **F6** (Volgende pagina).
- Toets **F3** (PROB), **F4** (RAND) en **F1** (Ran#).
- Druk op **EXE** en je krijgt een toevalsgetal, blijf drukken om er meer te krijgen.



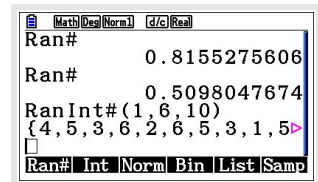
Math	Eng	Norm	d/c	Real
Ran#				
				0.8155275606
Ran#				
				0.5098047674
Ran#	Int	Norm	Bin	List Samp

Je krijgt zo toevalsgetallen tussen 0 en 1 (in tien decimalen).

Als je toevalsgetallen tussen 0 en 2 wilt, dan zet je in het rekenscherf: Ran# (2).

Meestal heb je echter **gehele toevalsgetallen** nodig (bijvoorbeeld bij de dobbelsteen de getallen 1 t/m 6). Voor de simulatie van 10 keer werpen met een dobbelsteen ga je dan zo te werk:

- **OPTN** te toetsen en dan **F6** (Volgende pagina).
- Toets **F3** (PROB), **F4** (RAND) en **F2** (Int).
- Vul RanInt#(aan met 1,6,10).
- Druk op **EXE** en je krijgt 10 toevalsgetallen vanaf 1 t/m 6.



Math	Eng	Norm	d/c	Real
Ran#				
				0.8155275606
Ran#				
				0.5098047674
RanInt#(1,6,10)				
{4,5,3,6,2,6,5,3,1,5}				
Ran#	Int	Norm	Bin	List Samp



2 Werpen met dobbelstenen simuleren

Om met behulp van simulaties kansen te bepalen, moet je gemakkelijk kunnen tellen hoe vaak elk getal in je simulatie voor komt. Je zet dan je toevalsgetallen in een lijst in het menu **STATISTICS**.

Werpen met één dobbelsteen

Stel je voor dat je 100 keer met een dobbelsteen gooien wilt simuleren en zo de kans wilt bepalen op het gooien van een 5. Je doet dan het volgende:

- Ga eerst weer naar je statistieken, dus: **MENU** en **2** (Statistics). Verwijder eventueel alle oude gegevens met eventueel enkele keren **F6** en **F4** (DEL-ALL).
- Ga op "List 1" staan en toets **OPTN**, **F5** (PROB), **F4** (RAND), **F2** (Int).
- Vul **RanInt#**(aan met 1,6,100) en **EXE**.
- Alle toevalsgetallen staan nu in List 1.

Nu kun je de lijst sorteren. Ga eerst met enkele keren **EXIT** terug naar het statistiekmenu. Sorteert met (**F6**) **F1** (TOOL) en **F1** (SORTASC) om vervolgens handmatig te tellen hoe vaak het getal 5 voorkomt in deze lijst. Dat kost erg veel tijd. Het is in dit geval handiger om de gegevens in een histogram te zetten. In het practicum "Statistiek en de Casio fx-CG50" leer je hoe je dat doet. Omdat je in dit geval geen aparte lijst met frequenties hebt, laat je de frequentie op 1 staan.

Als je het histogram gemaakt hebt, kun je met **SHIFT** **F1** de Trace-functie gebruiken. Je kunt met de pijltjestoetsen over het histogram gaan. Onderin komt dan de frequentie per getal te staan. In het voorbeeld hiernaast is de frequentie 14. De kans op 5 is in deze simulatie daarom $\frac{14}{100} = 0,14$.

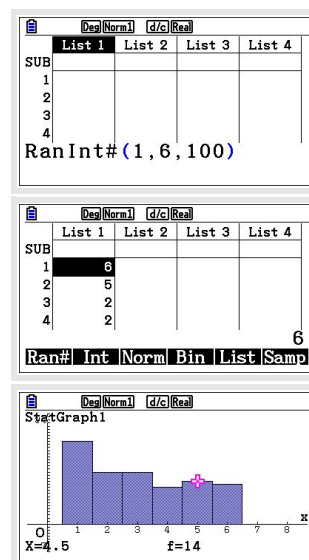
Voer zelf zo'n simulatie uit.

Werpen met twee dobbelstenen

Als je bij het werpen met twee dobbelstenen de kans wilt bepalen op een bepaald aantal ogen dat op beide stenen samen boven komt te liggen, hebben niet alle mogelijkheden een gelijke waarschijnlijkheid. Bij je simulatie moet je daarmee rekening houden: je simuleert elke dobbelsteen afzonderlijk en telt dan de uitkomsten bij elkaar. Een simulatie van 100 worpen met twee dobbelstenen gaat zo:

- Je gaat naar List 1 en maakt hem leeg.
- Je voert **RanInt(1,6,100) + RanInt(1,6,100)** in en **EXE** (dus $2 * \text{RanInt}(1,6,100)$ is fout!).
- De simulatie van het werpen met twee dobbelstenen staat nu in List 1. Van deze lijst kun je weer een staafdiagram maken. Met de Trace-routine kun je nu gemakkelijk alle frequenties aflezen.

Voer zelf zo'n simulatie uit. Dit is natuurlijk gemakkelijk uit te breiden tot het werpen met drie dobbelstenen, of vier munten, etc. Zolang het maar niet over al te grote aantallen gaat...



3 Permutaties en combinaties

Het aantal **permutaties** van 6 elementen is het totale aantal mogelijke verwisselingen als alle 6 elementen verschillend van elkaar zijn.

Dat aantal permutaties is: $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$.

De Casio fx-CG50 kan $6!$ in het rekenscherf **RUN-MATRIX** berekenen zonder de hele vermenigvuldiging in te tikken:

- voer eerst een 6 in en toets **OPTN** **F6**(Volgende pagina) **F3**(PROB) en **F1**(x!) en **EXE**.

Je ziet: $6! = 720$.

Bij het aantal **permutaties** van bijvoorbeeld 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde ook belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $10 \times 9 \times 8 \times 7 = (10!)/(6!)$.

Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen.

Maar het kan ook zo:

- voer eerst 10 in en toets **OPTN** **F6**(Volgende pagina) **F3**(PROB) en **F2**(nPr);
- toets een 4 en **EXE**.

Je vindt: $10P4 = 5040$. Ga na dat dit hetzelfde is als $10 \times 9 \times 8 \times 7$.

Bij het aantal **combinaties** van 4 uit 10 gaat het om de mogelijke keuzes van 4 elementen waarvan de onderlinge volgorde niet belangrijk is uit 10 verschillende elementen, dus om $\frac{10!}{6! \cdot 4!}$. Je schrijft het als $\binom{10}{4}$.

Je kunt dit met behulp van faculteiten berekenen.

Maar het kan ook zo:

- voer eerst 10 in en toets **OPTN** **F6**(Volgende pagina) **F3**(PROB) en **F3**(nCr);
- toets een 4 en **EXE**.

Je vindt: $10C4 = 210$. Ga na dat dit hetzelfde is als $\frac{10!}{4! \cdot 6!}$.

Even narekenen

Wanneer je het aantal mogelijkheden moet berekenen als je 10 elementen verdeelt in een groep van 2, een groep van 3 en een groep van 5, dan bereken je:

- $\binom{10}{2} \cdot \binom{8}{3}$ of $\frac{10!}{2! \cdot 3! \cdot 5!}$.

Kijk maar eens of je uit allebei 2520 krijgt.



6!	720
10P4	5040
10C4	210

Statistiek en de Casio fx-CG50

De Casio fx-CG50 beschikt over een groot aantal statistische functies. Onder andere kan hij allerlei diagrammen maken en centrummaten en spreidingsmaten voor je berekenen.

Loop eerst het practicum: **Basistechnieken Casio fx-CG50** door.

Inhoud

1	Statistische gegevens invoeren	60
2	Diagrammen	61
3	Centrummaten en spreidingsmaten	62



1 Statistische gegevens invoeren

Je ziet hier een tabel met daarin de schoenmaten van een groep van 30 mannen:

schoenmaat	frequentie
39	2
40	1
41	5
42	5
43	9
44	4
45	3
46	1

Deze tabel kun je in je grafische rekenmachine invoeren in het menu **STATISTICS**:

- Ga naar het hoofdmenu en druk op **2** (Statistics).
- Misschien moet je eerst de eerste twee lijsten leeg maken. Maak een lijst leeg via **F6** (Volgende pagina), **F4** (DELL-ALL) en **F1** (Yes).
- In het lege vakje onder elke lijst kun je de lijsten namen geven. Noem lijst 1 "MAAT" en lijst 2 "FREQ". Je kunt letters typen met behulp van **ALPHA** (of **SHIFT** **ALPHA**).
- Nu kun je de gegevens invoeren. Neem de gegevens hierboven over. Met **EXE** ga je naar het volgende vakje. Met de pijltjestoetsen kun je door de lijsten navigeren.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	MAAT	FREQ		
1	39	2		
2	40	1		
3	41	5		
4	42	5		

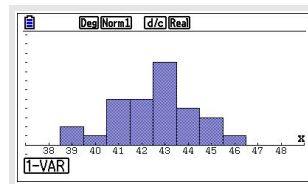


2 Diagrammen

Nu je een frequentietabel hebt ingevoerd, kun je in het menu **STATISTICS** allerlei diagrammen maken.

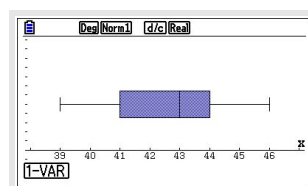
Hier zie je hoe je een Staafdiagram (hier: histogram) maakt.

- Druk op **F1**(Graph) en **F6**(Set).
- Ga naar "Graph Type" en druk op **F6**(Volgende pagina) en **F1**(Hist).
- Zorg dat "XList" op List1 staat en "Frequency" op List2.
- Toets **EXE** en op **F1**(Graph1).
- Zet "Start" op 38.5 **EXE** en "Width" op 1 **EXE** en **EXE**.

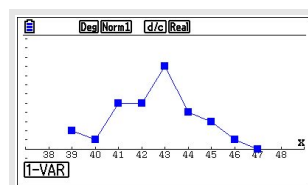


Je rekenmachine kan drie van dit soort diagrammen tegelijk maken. Stel je voor dat je ook een boxplot wilt maken. Dat gaat zo:

- Toets **EXIT** om terug te gaan naar je lijsten en toets **F6**(Set).
- Toets **F2**(Graph2) om het tweede diagram in te stellen.
- Ga naar "Graph Type" en druk op **F6**(Volgende pagina) en **F2**(MedBox) (dit is een boxplot).
- Zorg dat "XList" op List1 staat en "Frequency" op List2.
- Toets **EXE** en op **F2**(Graph2).
- (Het kan zijn dat je geen getallen onder je boxplot ziet. Daarvoor moet je bij Graph1 de beginwaarde op 39 zetten. Voor een histogram klopt dat niet, maar voor een boxplot is dat wel logisch.)



Breng met de gegevens hierboven ook een lijndiagram (Broken) in beeld. Denk er om dat je de startwaarde voor dit diagram weer op 38,5 moet zetten.



Zelf diagrammen maken

Breng achtereenvolgens met de gegevens hierboven in beeld: een staafdiagram, een lijndiagram, een boxplot. Zoek uit welk verschil er is tussen beide soorten boxplot in je rekenmachine. Werk ook eens met andere gegevens, kies met name ook eens gegevens die in klassen zijn ingedeeld.



3 Centrummaten en spreidingsmaten

Gebruik weer de gegevens uit de voorgaande tekst (de schoenmaten) en zorg ervoor dat ze nog steeds in je lijsten staan zoals eerder. Om de verschillende centrum- en spreidingsmaten in één keer in beeld te krijgen, ga je zo te werk:

- Ga naar het menu **STATISTICS** en druk **(F1)**(Graph).
- Kies één van de drie diagrammen die je hebt gemaakt, bijvoorbeeld **(F1)**(Graph1) en **(EXE)** om het in beeld te krijgen (als het goed is kloppen de instellingen nog).
- Toets **(F1)**(1-VAR).

Nu vind je:

- $\bar{x}$: de gemiddelde schoenmaat is ongeveer 42,6;
- Σx : alle schoenmaten samen kwamen uit op 1277 (hier een zinloos getal);
- Σx^2 : de som van de kwadraten van de schoenmaten (hier een zinloos getal);
- σx : de standaarddeviatie $\sigma \approx 1,69$;
- sx : de standaarddeviatie bij delen door 29 (niet gebruiken);
- n : er waren in totaal 30 mannen;
- $\min X$: de kleinste maat is 39 (pijltoets naar beneden);
- $Q1$: het eerste kwartiel is 41;
- Med : de mediaan is 43;
- $Q3$: het derde kwartiel is 44;
- $\max X$: de grootste maat is 46;
- $Mod:n=1$ de modus (modale klasse) komt 1 keer voor;
- $Mod:F=9$ de frequentie van de modus (modale klasse) is 9.

	Des (Norm)	d/c (Real)
1-Variable		
$\bar{x}$	=42.5666666	
Σx	=1277	
Σx^2	=54443	
σx	=1.68687745	
sx	=1.71571505	
n	=30	
		DRAW



Doe dit ook eens met een tabel met gegevens die in klassen zijn ingedeeld.

Denk er om dat je dan de **klassemiddens** als waarnemingsgetallen gebruikt!

Veranderingen en de Casio fx-CG50

De Casio fx-CG50 kan je behulpzaam zijn bij berekeningen aan veranderingen en differentiëren.

Loop eerst van het practicum **Basistechnieken Casio fx-CG50** het deel "Grafieken maken" door.

Loop daarna van het practicum **Functies en de Casio fx-CG50** het deel "Functies combineren" door.

Inhoud

1	Tabel met toenamen van een functie maken	64
2	dy/dx bij een waarde van x berekenen	65
3	De afgeleide tekenen via differentiequotiënt	66
4	De afgeleide tekenen via differentiaalquotiënt	67

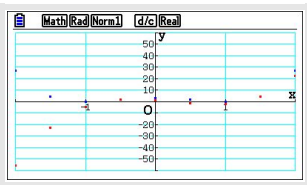
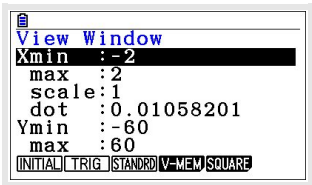
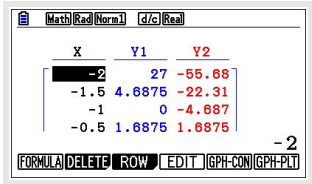


1 Tabel met toenamen van een functie maken

Je gaat een tabel met toenamen maken van de functie $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$ op het interval $[-2,2]$ en met stapgrootte 0,5.

Het gaat als volgt:

- Ga naar het menu **TABLE** en voer $Y1 = 3x^4 - 6x^2 + 3$ in.
- Bedenk dat je om de toename te berekenen, steeds een functiewaarde en zijn "vorige" functiewaarde van elkaar moet aftrekken. Voer daarom vervolgens $Y2 = Y1(x) - Y1(x - 0.5)$ in.
Y vind je via **VARs**, **F4**(GRAPH) en **F1**(Y).
- Stel via **F5**(SET) in Start: -2, End: 2 en Step: 0.5.
- Via **F6**(TABLE) vind je de toenametabel.
- Bekijk beide grafieken, pas de vensterinstellingen aan.



Bekijk de tabel, controleer de onderstaande waarden en neem de overige waarden over in een eigen tabel:

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
Δy	geen*)				1,3				22,3

Hiermee kun je een toenamediagram tekenen.

*) Voor de berekening van Δy bij $x = 2$, heb je $f(-2,5)$ nodig. Omdat het interval bij -2 begint, hoeft je deze waarde niet in te berekenen. Je hoeft immers niet buiten het interval te rekenen.



2 dy/dx bij een waarde van x berekenen

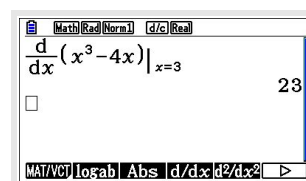
De volgende omschrijvingen betekenen allemaal hetzelfde:

- De helling van de grafiek van $y = f(x)$ in een bepaald punt.
- Het hellingsgetal of de hellingwaarde van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- Het differentiaalquotiënt van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- De afgeleide voor van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- Het hellingsgetal of de hellingwaarde van $y = f(x)$ voor een bepaalde waarde van x .
- $\frac{dy}{dx}$ of $\frac{df(x)}{dx}$ voor een bepaalde waarde van x .

Hier ga je de functie $f(x) = x^3 - 4x$ gebruiken en de afgeleide berekenen voor $x = 3$.

Met het menu **RUN-MATRIX**:

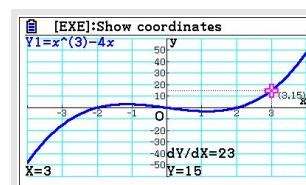
- Toets **(F4)**(MATH) en **(F4)**(d/dx).
- Vul tussen de haakjes in $x^3 - 4x$ en vul achter $x =$ de gewenste x -waarde in.



Het differentiaalquotiënt van $f(x)$ is voor $x = 3$ dus gelijk aan 23.

Ook met het menu **GRAPH** kun je de afgeleide in het punt berekenen:

- Stel via **(SHIFT)** **(MENU)** in Derivative: On.
- Voer de functie $Y1 = x^3 - 4x$ in en bekijk de grafiek.
- Stel de assen in zo dat $-4 \leq x \leq 4$ en $-60 \leq y \leq 60$.
- Toets **(F1)**(Trace) en toets een 3 in voor de waarde van x en **(EXE)**.
Waarschuwing: Je kunt met de pijltjestoetsen een punt kiezen, maar dat is vaak niet nauwkeurig genoeg.
- Onderin het scherm vind je $X = 3$ en $dY/dX = 23$.



Het differentiaalquotiënt van $f(x)$ is voor $x = 3$ dus gelijk aan 23.



3 De afgeleide tekenen via differentiequotiënt

Je kunt ook direct je grafische rekenmachine een goede benadering van de hellingsgrafiek laten tekenen. Daartoe laat je hem voor willekeurige x het differentiaalquotiënt benaderen door een differentiequotiënt op het interval $[x; x + 0,001]$ en daarvan een grafiek maken.

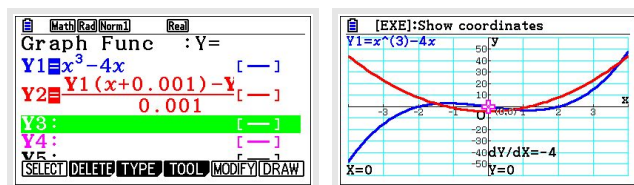
Gebruik de functie $f(x) = x^3 - 4x$.

- Voer in het menu **GRAPH** de functie f in als $Y1 = x^3 - 4x$.
- Voer een nieuwe functie $Y2 = \frac{Y1(x+0.001) - Y1(x)}{0.001}$ in.

Y vind je na het intypen van het beginhaakje onderaan je scherm via **(F1)** (Y).

- Bekijk beide grafieken.

De rode grafiek is die van de (benadering van de) afgeleide $f'(x)$.



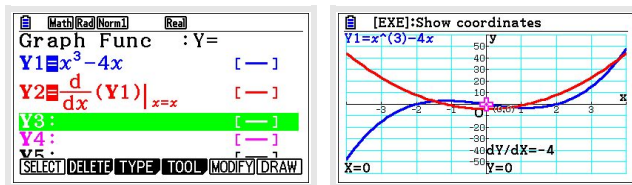
4 De afgeleide tekenen via differentiaalquotiënt

Je kunt ook direct je grafische rekenmachine een goede benadering van de hellingsgrafiek laten tekenen. Daartoe laat je hem voor willekeurige x het differentiaalquotiënt berekenen en daarvan een grafiek maken.

Gebruik de functie $f(x) = x^3 - 4x$.

- Voer in het menu **GRAPH** de functie f in als $Y1 = x^3 - 4x$.
- Voer bij $Y2$ de afgeleide functie in via **(OPTN)**, **(F2)**(CALC) en **(F1)**(d/dx) en vul tussen haakjes $Y1$ en achter $x = x$ in.
- Bekijk beide grafieken.

De rode grafiek is die van de afgeleide $f'(x)$.



Op de Math4All website en in Math4All readers wordt regelmatig verwezen naar de practica voor de grafische rekenmachine. Dat zijn 'losse' practica die kunnen worden doorgenomen als een specifiek onderwerp in de lessen aan de orde komt.
In dit katern zijn alle Math4All practica bij de Casio FX CG20 gebundeld.



