**Examen VWO**

**2025**

tijdvak 1

woensdag 14 mei

13.30 – 16.30 uur

**wiskunde B**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Formules*** | |
|  |  |
|  | **Goniometrie** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Vierdegraadsfunctie*** | |
|  |  | De vierdegraadsfunctie wordt gegeven door **figuur**  .  De grafiek van heeft twee buigpunten met  dezelfde -coördinaat.  De -coördinaat van de buigpunten is . |
| 4p | **1** | Bewijs dat de -coördinaat van de buigpunten  is. |
|  |  |  |
|  |  | De lijn door de buigpunten en snijdt de grafiek  van in twee andere punten, en . Zie de figuur. |
| 4p | **2** | Bereken exact de lengte van . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Druppel*** | |
|  |  | De kromme wordt gegeven door de volgende **figuur**  Afbeelding met lijn, diagram  Automatisch gegenereerde beschrijvingbewegingsvergelijkingen:  met  Deze kromme is weergegeven in de figuur.  In drie punten van deze kromme loopt de raaklijn aan  de kromme verticaal. |
| 6p | **3** | Bereken exact de coördinaten van deze drie punten. |
|  |  |  |
|  |  | Voor de punten op kromme geldt: |
| 4p | **4** | Bewijs dit. |
|  |  |  |
|  |  | Kromme sluit een vlakdeel in dat symmetrisch is in de -as. Door dit vlakdeel te wentelen om de -as ontstaat een omwentelingslichaam in de vorm van een druppel. |
| 4p | **5** | Bereken exact de inhoud van dit omwentelingslichaam. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Cirkels in een cirkel*** | |
|  |  | Gegeven is de cirkel met middelpunt en straal 3. Verder zijn gegeven de cirkels , en , zó dat geldt:   * Cirkels , en raken cirkel . **figuur** * Afbeelding met cirkel, diagram, schets, tekening    Automatisch gegenereerde beschrijvingCirkel heeft middelpunt en straal 2. * Cirkel heeft middelpunt en straal . * Cirkel heeft middelpunt en straal . * Cirkel en raken elkaar in punt . * Cirkels en raken .   Zie de figuur. Deze figuur staat ook op de  uitwerkbijlage.  Er geldt: |
| 3p | **6** | Bewijs dit. Je kunt hierbij gebruik maken van de  figuur op de uitwerkbijlage. |
|  |  |  |
|  |  | Er geldt verder dat . |
| 6p | **7** | Bereken exact de waarde van . Je kunt hierbij  gebruik maken van de figuur op de uitwerkbijlage. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een wortelfunctie en haar inverse*** | |
|  |  | Voor worden de functies en gegeven door en  . De functies en zijn elkaars inverse. |
| 3p | **8** | Bewijs dat en elkaars inverse zijn. |
|  |  |  |
|  |  | Lijn met vergelijking , met , snijdt de grafiek van in punt en de grafiek van in punt .  Zie figuur 1. **figuur 1** **figuur 2**  Afbeelding met lijn, diagram, Perceel  Automatisch gegenereerde beschrijvingAfbeelding met lijn, diagram, driehoek  Automatisch gegenereerde beschrijving  De lengte van lijnstuk is  Afhankelijk van .  Er geldt:  Er is een waarde van waarvoor  De lengte van lijnstuk minimaal  is. |
| 5p | **9** | Bereken exact deze waarde van . |
|  |  |  |
|  |  | In figuur 2 zijn opnieuw de grafieken van , en weergegeven, nu voor .  Lijn snijdt de grafiek van in het punt . Vlakdeel is het gebied dat begrensd wordt door de grafieken van en , de -as, de -as en lijn . In figuur 2 is grijs gemaakt. |
| 6p | **10** | Bereken de oppervlakte van . Geef je eindantwoord in twee decimalen. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Op en neer*** | |
|  |  | Afbeelding met tekst, diagram  Automatisch gegenereerde beschrijvingTwee leerlingen doen als volgt een **figuur 1**  onderzoek voor hun profielwerkstuk:  Een metalen blokje hangt aan een  lange veer die is bevestigd aan een  plafond op een hoogte van 350 cm. Het  blokje wordt recht naar beneden  getrokken en op losgelaten. Het  blokje beweegt vervolgens op en neer.  Zie figuur 1.  De afmetingen van het blokje en de  wrijvingskracht worden verwaarloosd.  Zowel het blokje als de veer heeft een  zwaartepunt. In deze opgave bekijken  we eerst de zwaartepunten van het blokje en de veer apart.  De hoogte van het **zwaartepunt van het blokje** wordt benaderd door het volgende model:  Hierbij is de hoogte van het zwaartepunt van het blokje in cm en de tijd in seconden. Het **zwaartepunt van de veer** bevindt zich op elk moment in het midden van de veer. |
| 3p | **11** | Laat met behulp van het gegeven model van het blokje en figuur 1 zien dat voor de hoogte van het zwaartepunt van de veer in cm geldt: de amplitude is 50 en de evenwichtsstand is 250. |
|  |  |  |
|  |  | Op het moment dat het blokje in het laagste punt **figuur 2**  Afbeelding met lijn, diagram  Automatisch gegenereerde beschrijvingwordt losgelaten, is zijn snelheid 0. Daarna neemt  de snelheid toe tot de maximale snelheid, om  vervolgens weer af te nemen, totdat in het hoogste  punt de snelheid weer 0 is. In figuur 2 is de grafiek  van de snelheid tijdens de opgaande beweging  weergegeven.  Tijdens de opgaande beweging zijn er twee hoogtes  waarop de snelheid van het blokje gelijk is aan  255 cm/seconde. |
| 3p | **12** | Bereken deze twee hoogtes. Geef je eindantwoord in centimeters nauwkeurig. |
|  |  |  |
|  |  | De hoogte van het zwaartepunt van de veer wordt benaderd door het volgende model: .  Hierbij is de hoogte van het zwaartepunt van de veer in cm en t de tijd in seconden. Er kan ook gekeken worden naar het zwaartepunt van het blokje en de veer samen. De massa van de veer is 600 gram en de massa van het blokje is 1000 gram. is de hoogte van het zwaartepunt van blokje en veer samen. |
| 3p | **13** | Stel een formule op van in de vorm .  Licht je werkwijze toe. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een raaklijn met twee cirkels*** | |
|  |  | Gegeven zijn de punten en .  Lijn is de lijn met vectorvoorstelling .  Er bestaan twee cirkels en die voldoen aan de volgende eisen:   * Punt en punt liggen op de cirkel. * De cirkel raakt aan lijn .   Cirkel heeft middelpunt en raakt aan lijn in het punt .  Cirkel heeft middelpunt en raakt aan lijn in het punt . Zie de figuur.  Afbeelding met lijn, diagram, schets  Automatisch gegenereerde beschrijvingIn de figuur is vanwege de grootte slechts gedeeltelijk weergegeven. Middelpunt valt buiten de figuur.  Voor een willekeurig punt op de middelloodlijn van geldt: .  De loodrechte projectie van punt op lijn is . Zie de figuur. De coördinaten van zijn . |
| 4p | **14** | Bewijs dat de coördinaten van juist zijn. |
|  |  |  |
|  |  | en liggen, net als , op de middelloodlijn van . Als samenvalt met , dan geldt dat gelijk is aan de straal van de bijbehorende cirkel en dus ook gelijk aan en . Met behulp hiervan kunnen de coördinaten van en worden berekend. |
| 5p | **15** | Bereken exact de coördinaten van en . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Logaritmische functies*** | |
|  |  | Afbeelding met lijn, diagram, Perceel  Automatisch gegenereerde beschrijvingDe functie wordt gegeven door **figuur 1**  .  De functie wordt gegeven door  voor .  De grafiek van ligt geheel onder de grafiek  van .  In figuur 1 is de grafiek van weergegeven.  Ook is voor een waarde van de grafiek van  weergegeven.  De lijn met vergelijking (met ) snijdt  de grafieken van en in de punten en .  Voor is er een waarde van waarvoor geldt:  . |
| 4p | **16** | Bereken deze waarde van . Geef je eindantwoord in twee decimalen. |
|  |  |  |
|  |  | Voor een bepaalde waarde van geldt: als onbegrensd toeneemt, nadert de afstand tot 1. |
| 4p | **17** | Bereken exact deze waarde van . **figuur 2** |
|  |  |  |
|  |  | Afbeelding met schets, lijn, diagram, tekening  Automatisch gegenereerde beschrijvingDe functie wordt gegeven door  .  In figuur 2 is voor een bepaalde waarde van  de grafiek van weergegeven. Voor deze  waarde van raakt de grafiek van de grafiek  van links van de -as. |
| 6p | **18** | Bereken algebraïsch deze waarde van .  Geef je eindantwoord in twee decimalen. |

**Wiskunde B** **2025-I**

**Uitwerkingen. (N=\*,\*)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Vierdegraadsfunctie*** |  |
| **1** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft ofwel | 1 |
|  |  | 1 |
| **2** | **maximumscore 4** |  |
|  | * geeft | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Druppel*** |  |
| **3** | **maximumscore 6** |  |
|  |  | 2 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
| **4** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
| **5** | **maximumscore 4** |  |
|  | * het minimum van is -1 en het maximum 1 | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * een primitieve is | 1 |
|  | * antwoord: | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Cirkels in een cirkel*** |  |
| **6** | **maximumscore 3** |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 2 |
| **7** | **maximumscore 6** |  |
|  | * in driehoek : | 3 |
|  | * geeft | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  | * geeft | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een wortelfunctie en haar inverse*** |  |
| **8** | **maximumscore 3** |  |
|  | * voor de inverse van geldt: | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * ofwel | 1 |
| **9** | **maximumscore 5** |  |
|  |  | 2 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft ofwel | 1 |
| **10** | **maximumscore 6** |  |
|  | * geeft ofwel | 1 |
|  |  | 4 |
|  | * antwoord: 29,24 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Op en neer*** |  |
| **11** | **maximumscore 3** |  |
|  | * minimum (blokje): 50 dus minimum (veer): | 1 |
|  | * maximum (blokje): 250 dus maximum (veer): | 1 |
|  | * en | 1 |
| **12** | **maximumscore 3** |  |
|  |  | 1 |
|  | * met de GR oplossen geeft | 1 |
|  | * cm en cm | 1 |
| **13** | **maximumscore 3** |  |
|  |  | 2 |
|  |  | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een raaklijn met twee cirkels*** |  |
| **14** | **maximumscore 4** |  |
|  | * loodlijn op : | 1 |
|  | * door geeft | 1 |
|  | * geeft ofwel | 1 |
|  | * en | 1 |
| **15** | **maximumscore 5** |  |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  | * en | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Logaritmische functies*** |  |
| **16** | **maximumscore 4** |  |
|  | * en | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden: | 2 |
| **17** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 3 |
|  | * geeft | 1 |
| **18** | **maximumscore 6** |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft ofwel | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |