**Examen HAVO**

**2025**

tijdvak 1

dinsdag 20 mei

13.30 – 16.30 uur

**wiskunde B**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een parabool*** | |
|  |  | De functie wordt gegeven door **figuur 1**  .  De lijn met vergelijking snijdt de  grafiek van inde punten en .  Zie figuur 1. |
| 4p | **1** | Bereken exact de coördinaten van en . |
|  |  | Afbeelding met lijn, diagram  Automatisch gegenereerde beschrijving |
|  |  | Het punt ligt op de grafiek van .  De raaklijn aan de grafiek van in het punt staat  loodrecht op lijn . |
| 3p | **2** | Bereken exact de -coördinaat van . |
|  |  |  |
|  |  | De grafiek van wordt eerst vermenigvuldigd met  -1 ten opzichte van de -as en daarna vermenigvuldigd  met -1 ten opzichte van de -as. Zo ontstaat de grafiek  van de functie . |
| 3p | **3** | Onderzoek op exacte wijze of het punt op **figuur 2**  de grafiek van ligt. |
|  |  |  |
|  |  | Afbeelding met diagram, lijn, Parallel  Automatisch gegenereerde beschrijvingOp de grafiek van liggen twee punten en met  hetzelfde -coördinaat.  De afstand tussen en is .  Zie figuur 2.  Het punt is de top van de grafiek van . |
| 5p | **4** | Bereken exact de afstand van tot lijnstuk . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Watertemperatuur*** | |
|  |  | De temperatuur van het zeewater **figuur**  Afbeelding met diagram, Perceel, lijn  Automatisch gegenereerde beschrijvingvlak bij het strand ‘Playa de San  Juan’ bij het Spaanse Alicante  varieert door het jaar heen. Zie de  figuur.  Om deze figuur te kunnen maken, is  ruim twintig jaar1) lang op dezelfde  plek dagelijks de watertemperatuur  gemeten. Daarna is van elke dag in  het jaar de gemiddelde watertemperatuur berekend. Dit geeft  365 punten in een assenstelsel. Door  deze punten kan bij benadering een  sinusoïde worden getekend. Deze  sinusoïde staat in de figuur. |
|  |  |  |
| noot: | | We gaan er in deze opgave van uit dat elk jaar 365 dagen heeft |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Bij de sinusoïde past een formule van de volgende vorm:  (formule 1)  Hierin is de watertemperatuur in °C en het dagnummer, met op 1 januari. De minimale watertemperatuur is 14°C en deze wordt op 13 februari bereikt (). De maximale watertemperatuur is 26°C en deze wordt op 15 augustus () bereikt. |
| 4p | **5** | Bereken mogelijke waarden van , , en . Geef , en als gehele getallen en in vijf decimalen. |
|  |  |  |
|  |  | Iemand beschrijft de temperatuur van het zeewater in het Nederlandse Bergen aan Zee met de volgende formule:  (formule 2)  Hierin is de watertemperatuur in °C en het dagnummer, met op 1 januari.  Bij het zwemonderdeel van een triatlon zijn deelnemers verplicht een wetsuit te dragen als de watertemperatuur lager dan 16°C is. Stel dat in Bergen aan Zee een triatlon wordt georganiseerd. Je kunt dan berekenen wat volgens de formule de eerste dag van het jaar is waarop deelnemers aan deze triatlon bij het zwemonderdeel géén wetsuit meer hoeven te dragen. |
| 4p | **6** | Bereken met formule 2 het dagnummer van die dag. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Drie punten op een grafiek*** | |
|  |  | De functie wordt gegeven door .  De grafiek van heeft een horizontale asymptoot met vergelijking . Dit kun je berekenen met behulp van het functievoorschrift van . |
| 2p | **7** | Geef deze beredenering. **figuur 1 figuur 2**  Afbeelding met lijn, diagram, Parallel, schets  Automatisch gegenereerde beschrijvingAfbeelding met lijn, diagram  Automatisch gegenereerde beschrijvingHet geven van een getallen-  voorbeeld of een verwijzing  naar een grafiek is niet voldoende. |
|  |  |  |
|  |  | Het punt ligt op de grafiek van .  De -coördinaat van is 2.  Zie figuur 1. |
| 3p | **8** | Bereken exact de -coördinaat van . |
|  |  |  |
|  |  | Het punt ligt op de grafiek  van . De lijn is de raaklijn aan de  grafiek van in . Lijn snijdt de  -as in het punt en de -as in het punt . Zie figuur 2. |
| 7p | **9** | Bereken exact de oppervlakte van driehoek . |
|  |  |  |
|  |  | Op de grafiek van ligt één punt waarvoor geldt dat de -coördinaat gelijk is aan het kwadraat van de -coördinaat. |
| 3p | **10** | Bereken de -coördinaat van . Geef je eindantwoord in twee decimalen. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een cirkel met rakende en snijdende lijnen*** | |
|  |  | De cirkel heeft vergelijking **figuur 1**  .  Afbeelding met lijn, diagram, cirkel, origami  Automatisch gegenereerde beschrijvingDe lijn is de verticale lijn door het middelpunt  van .  De lijn heeft vergelijking .  Het punt is het snijpunt van lijn *k* en lijn *j*.  De lijn heeft vergelijking .  De lijn gaat door en en snijdt lijn in  het punt . Zie figuur 1.  De -coördinaat van is 6. |
| 5p | **11** | Bewijs dat de -coördinaat van inderdaad gelijk is aan 6. |
|  |  |  |
|  |  | Het punt is het snijpunt van met **figuur 2**  de -as.  De lijn is de lijn door en .  Zie figuur 2. |
| 5p | **12** | Afbeelding met lijn, diagram, origami  Automatisch gegenereerde beschrijvingBewijs dat lijn cirkel raakt. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***De veldleeuwerik*** | |
|  |  | Afbeelding met vogel, schets, zangvogel, tekening  Automatisch gegenereerde beschrijvingHet aantal veldleeuweriken in Nederland wordt jaarlijks  bijgehouden. In de figuur is voor elk jaar in de periode  1990-2014 met een stip het percentage veldleeuweriken  aangeven als percentage van het aantal in 1990.  Bij 1990 is dus een stip op hoogte 100 getekend. In  deze figuur is bijvoorbeeld af te lezen dat in 2005 het  aantal veldleeuweriken 40% van het aantal  Afbeelding met tekst, lijn, diagram, Perceel  Automatisch gegenereerde beschrijvingveldleeuweriken in 1990 bedroeg.  Het verloop van het percentage  veldleeuweriken kan met een exponentieel  verband worden benaderd. In de figuur is de  grafiek bij dit exponentiële verband getekend.  Hierbij wordt uitgegaan van een jaarlijkse  afname van het percentage veldleeuweriken  met 5%. Een vogelbeschermer beweert dat  volgens dit model in het jaar 2040 minder  dan 4% over zal zijn van het aantal  veldleeuweriken in 1990. |
| 3p | **13** | Onderzoek of de uitspraak van de vogelbeschermer juist is. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | De metingen voor de periode 1990-2014 kunnen ook worden benaderd met een kwadratisch verband waarvan de grafiek door het punt gaat. Een formule bij dit verband is dus van de vorm .  Hierin is het percentage veldleeuweriken ten opzichte van 1990 en het aantal jaren na 1990.  Andere punten op de grafiek van dit kwadratisch verband zijn en  . Je kunt hieruit afleiden dat en . Deze twee waarden zijn afgerond, en kunnen nauwkeuriger worden berekend. |
| 4p | **14** | Bereken algebraïsch de waarden van en in drie decimalen. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Dezelfde y-coördinaat*** | |
|  |  | Afbeelding met schets, lijn, ontwerp, zwart-wit  Automatisch gegenereerde beschrijvingDe functie wordt gegeven door  Het punt is het snijpunt van de grafiek van met de -as.  Het punt is een ander punt op de grafiek van en heeft  dezelfde -coördinaat als . Zie de figuur. |
| 4p | **15** | Bereken exact de -coördinaat van . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Driehoeken*** | |
|  |  | Afbeelding met lijn, driehoek  Automatisch gegenereerde beschrijvingGegeven is de driehoek met en  . Het punt ligt op zijde zó dat  en . Zie de figuur. |
| 6p | **16** | Bereken in graden. Geef je eindantwoord als een  geheel getal. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Waterleiding*** | |
|  |  | Afbeelding met buitenshuis, hemel, weg, zwart-wit  Automatisch gegenereerde beschrijvingEen waterleiding is van een bepaald materiaal  gemaakt. De sterkte van dit materiaal, de  materiaalsterkte, neemt door de druk van het  water in de waterleiding in de loop van de tijd af.  Bij het ontwerp van een waterleiding rekent men  daarom met de materiaalsterkte die een leiding  na 50 jaar gebruik nog heeft. Deze materiaalsterkte  wordt aangegeven met . |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Voor de materiaalsterkte van een bepaalde kunststof waterleiding geldt de volgende formule:  met  Hierin is:   * het aantal jaar dat de leiding in gebruik is; * de materiaalsterkte na jaar gebruik in N/mm2.   De eerste onderhoudsinspectie vindt plaats zodra de materiaalsterkte is afgenomen tot een waarde die 20% hoger ligt dan . |
| 4p | **17** | Bereken algebraïsch na hoeveel jaar gebruik de eerste onderhoudsinspectie plaatsvindt. Geef je eindantwoord in één decimaal. |
|  |  |  |
|  |  | Afbeelding met cirkel, tekst, schermopname, diagram  Automatisch gegenereerde beschrijvingDe wand van een waterleiding moet dik **figuur**  genoeg zijn om tegen de maximale  waterdruk in de waterleiding bestand te zijn.  In de figuur is een dwarsdoorsnede van een  cilindervormige waterleiding weergegeven,  waarin aangegeven is wat met buitendiameter,  binnendiameter en wanddikte bedoeld wordt.  De minimale wanddikte van een bepaalde  cilindervormige waterleiding kan berekend  worden met de volgende formule:  Hierin is:   * de minimale wanddikte in mm; * de buitendiameter in mm; * de maximale waterdruk in N/mm2.   Voor deze waterleiding gelden bij een  nieuwbouwproject de volgende ontwerpeisen:   * De maximale waterdruk is 1,75 N/mm2. * De binnendiameter is 312,9 mm. |
| 4p | **18** | Bereken in dit geval de minimale wanddikte w van de waterleiding in hele millimeters. |

**Wiskunde B** **2025-I**

**Uitwerkingen. (N=1,3)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een parabool*** |  |
| **1** | **maximumscore 4** |  |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * en | 1 |
| **2** | **maximumscore 3** |  |
|  | * geeft | 2 |
|  |  | 1 |
| **3** | **maximumscore 3** |  |
|  | * vermenigvuldiging t.o.v. -as met -1: | 1 |
|  | * vermenigvuldiging t.o.v. -as met -1: | 1 |
|  | * , dus ligt niet op de grafiek van . | 1 |
| **4** | **maximumscore 5** |  |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * vanwege symmetrie: | 1 |
|  | * en dus is de gevraagde afstand | 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Watertemperatuur*** |  |
| **5** | **maximumscore 4** |  |
|  | * en | 2 |
|  | * periode: 365 dagen, dus | 1 |
|  | * stijgend door de evenwichtsstand: | 1 |
| **6** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 1 |
|  | * invoer: en | 1 |
|  | * intersect: | 1 |
|  | * Op voor het eerst zonder wetsuit | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Drie punten op een grafiek*** |  |
| **7** | **maximumscore 2** |  |
|  | * voor hele grote waarden van wordt ook heel groot | 1 |
|  | * als de noemer heel groot wordt, nadert de breuk naar 0 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **8** | **maximumscore 3** |  |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
| **9** | **maximumscore 7** |  |
|  |  | 1 |
|  |  | 2 |
|  |  | 1 |
|  | * gaat door , geeft | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
| **10** | **maximumscore 3** |  |
|  | * ligt op , dus | 1 |
|  | * invoer: en intersect: | 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Een cirkel met rakende en snijdende lijnen*** |  |
| **11** | **maximumscore 5** |  |
|  | * en | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft | 2 |
| **12** | **maximumscore 5** |  |
|  |  | 2 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * , dus er is maar één gemeenschappelijk punt | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***De veldleeuwerik*** |  |
| **13** | **maximumscore 3** |  |
|  | * met in 1990 | 1 |
|  | * in 2040: | 1 |
|  | * de uitspraak van de vogelbeschermer is niet juist | 1 |
| **14** | **maximumscore 4** |  |
|  | * en | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Dezelfde y-coördinaat*** |  |
| **15** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Driehoeken*** |  |
| **16** | **maximumscore 6** |  |
|  | * , dus | 1 |
|  | * en dus | 1 |
|  |  | 1 |
|  |  | 1 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Waterleiding*** |  |
| **17** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 2 |
|  | * geeft | 1 |
|  |  | 1 |
| **18** | **maximumscore 4** |  |
|  |  | 2 |
|  | * invoer: en | 1 |
|  | * intersect: , dus de minimale wanddikte is 45 mm | 1 |