Hoofdstuk 6: ***Periodieke functies***

**V1** en

**V2**

**V3**

**a** 5 seconden

**b** gemiddelde waterhoogte m. Deze wordt na 1 seconde en na 3,5 seconde bereikt. En dan iedere 5 seconden later ook weer.

**c** het grootste verschil is 0,60 m

**V4**

**a** maximum is 4,6 en het minimum -3,9

 De evenwichtsstand: 0,34 en de amplitude: 4,25

 De periode (van minimum tot minimum) is ongeveer 13 uur.

**b** Alleen de evenwichtsstand daalt met 75 cm. Amplitude en periode blijven gelijk.

**c** Vermenigvuldigen met 1,2

 De periode en de evenwichtsstand blijven gelijk. De amplitude wordt 5,1

**Radialen**

**1**

**a** Omtrek meter (ongeveer 6,26 m)

**b** seconden.

**c** De stip zit dan helemaal links.

**d** Na een kwart omwenteling: seconden.

**2**

**a** Helemaal rond is . De stip heeft dan een afstand afgelegd van .

 Als de afstand is, dan is de hoek

**b** Werk met een verhoudingstabel:



**c** , dus ook

**d**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***hoek in graden*** | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 180 |
| ***hoek in radialen (exact)*** | 0 |  |  |  |  |  |

**3**

**O4**

**a** … een draaiing over 360° oftewel radialen

**b**

**c** bovenste tabel:  en onderste tabel:

**d** bovenste tabel: 0,17 1,31 onderste tabel: 29° 229°

**4**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***hoek in graden*** | 6 | 15 | 57 | 60 | 115 | 107 | 172 |
| ***hoek in radialen*** | 0,1 | 0,26 | 1 | 1,05 | 2 | 1,87 | 3 |



**5**

**a** Het eerste tijdstip is na seconden en het tweede tijdstip na seconden.

**b** Na seconden bevindt zich op het laagste punt.

**c** De periode is seconden.

**6**

**a** of 30° **b** **c**

**O7**

**a** Punt hoort bij een draaiing van voor , dus bij een draaiing van

 Bij punt hoort dus een draaiing van

**b** Bij punt hoort een draaiing van en bij een draaiing van

**c** Als je dan weer een hele draaiing linksom doet () kom je weer uit op

**d**

**e** Een draaiing van linksom komt overeen met een draaiing van rechtsom

****

**7**

**a**

**b** en

**c** de radialen verschillen precies 1 periode.

**U1**

**a**

**b** De omtrek is meter

 In 1 uur heeft het punt 3600 m afgelegd, dat zijn bijna

286,5 ronden

**c**

**Sinusfunctie**

**8**

**a** zie hierboven bij opgave 7.

**b** en

**c** De grafiek is puntsymmetrisch in

**d** symmetrisch in .

**e** de periode is

**f** De grafiek van is symmetrisch in iedere verticale door een top.

**9**

**a** domein: en bereik:

**b** De symmetrieassen zijn de lijnen door de toppen: en .

**c** Punten van symmetrie zijn de nulpunten: , en

**d** Eén periode is . Er passen dus perioden in het interval en perioden in het interval .

**e**

**O10**

**a** De hoeken van een gelijkzijdige driehoek zijn 60°

**b** Pythagoras:

**c**

**d** De hoeken en zijn



*a*

*a*

*a*

*2a*



**e**

**10**

**a**

**b**

**c**

**11**

**a** **b**

**c**

**12**

**a**

**b** (symmetrisch in )

 (periode is )

**O13**

**a** zie de grafiek op bladzijde 215 bovenaan.

 De assen van symmetrie: alle verticale lijnen door de toppen

**b** de punten van symmetrie: alle nulpunten

**c**

**d** (symmetrisch in de lijn )

, (periodiciteit) en ook

 en

**e** **f**

**g** **h**

**13**

**a** **c** **e**

**b** **d** **f**

**U2**

**a** (lijnsymmetrie)

**b** : dus alleen binnen het interval als

 : alleen binnen het gestelde interval als

**U3**

**a**

**b**

**c**

**d**

**Cosinusfunctie**

**14**

**a**

**b**

**c**

**15**

**a** Bart heeft gelijk.

**b** naar rechts verschuiven.

**c** naar rechts of naar rechts; naar links.

**16**

**a** **c**

**b** **d** en

**17**

**a** de grafiek van is symmetrisch in de lijn .

**b**

**c** de grafiek van is symmetrisch in punt .

**d**

**O18**

**a** Alle verticale lijnen door de toppen

**b** alle nulpunten zijn punten van symmetrie

**c** en : periodiciteit

 : symmetrisch in de -as : periodiciteit

**18**

**a** precies een periode verder:

**b**

**c**

**19**

**a** **e** **i**

**b** **f** **j**

**c** **g**

**d** **h**

**U4**

**a** stelling van Pythagoras

**b**

**U5**

**a**  **c**

 , , of

**b**

**c** de negatieve oplossing vervalt omdat voor geldt: én

**Transformaties**

**20**

**a**

**b** De grafiek van is 2 omhoog respectievelijk 3 omlaag verschoven.

**c** Alleen de evenwichtsstand is anders.

**d** De amplitude verandert.

**O21**

**a** en

**b** maximum: 3 en minimum: -6

**c** bereik:

**d** evenwichtsstand:

**21** evenwichtsstand amplitude bereik

**a** 3

**b** 8

**c** 3

**d** 20

**e** 0,7

**f** 1

**22**

**a**

**b**

**23**

**a** er is 2 naar rechts verschoven **b** **c**

**24**

**a** De periode van de grafiek verandert.

**b** Voor wordt de periode groter dan en voor wordt de periode kleiner dan .

**c**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *b* | 0,5 | 1 |  |  |
| *periode* |  |  | 2 | 1 |

**d** periode of

**25**

**a** **b** **c** **d**

**O26**

**a**

**b** een verschuiving van naar links

**c** door de grafiek te vermenigvuldigen met 4 ten opzichte van de -as.

**d**

 Toppen: en

**e**

 Toppen: en en

**f**

Toppen: en en

**g**

 Toppen: en en en

**26**

**a** een verschuiving van 3 naar links en 2 omhoog: en

**b** een verschuiving van naar rechts en een vermenigvuldiging t.o.v. de -as met 2

 toppen: en

**c** verschuiving van naar links en spiegeling in de *x*-as: en

**d** vermenigvuldiging t.o.v. de -as met en een vermenigvuldiging t.o.v. de -as

met 5: en

**27** geeft

**U6**

**a** de toppen van zijn en en steeds een periode verder

 na vermenigvuldiging: en na verschuiving: en

**b** na verschuiving: en na vermenigvuldiging: en

**U7**

**a** geeft Hz periode: seconden.

**b**

**Algemene vorm van een sinusoïde**

**28**

**a** amplitude: 3; evenwichtsstand: ; periode: ; beginpunt:

**b** amplitude evenwichtsstand periode beginpunt

 1,5

 55

 0,75

 45

**O29**

**a**

**b** de periode is …een verschuiving van 5 naar rechts

**c** is de amplitude en is de evenwichtslijn.

**d** amplitude is 3 en de evenwichtslijn

**29** amplitude periode evenwichtsstand

 4

 3

 8

**30**

**a** maximum: 3 en minimum: -1

 De evenwichtsstand is het gemiddelde van maximum en minimum:

 amplitude is

**b** Van tot is een halve periode. De periode is dus

**c**

**d**

**31** Evenwichtsstand, amplitude en periode blijven hetzelfde.

 Het beginpunt is . De grafiek hoeft niet verschoven te worden.

**32**

**a** maximum is 2 en minimum 0: en

periode is : en een beginpunt voor de sinus is en een beginpunt voor de cosinus is

 of

**b** maximum is 600 en minimum -100: en

de periode is 52: en een beginpunt voor de cosinus is . Een beginpunt voor de sinus is .

 en

**O33**

**a** tussen het maximum en minimum zit een halve periode, en die is 8.

**b** evenwichtsstand: en amplitude:

**c** Voor de waarde van moet je bij een cosinusfunctie de -coördinaat van de top hebben.

**d**

**e** maximum: 3 en minimum: -11 en

 de periode is :

 een beginpunt (voor de cosinus) is :

 een beginpunt (voor de –cosinus) is :

 een beginpunt (voor de sinus) is :

**33**

**a** maximum: 18 en minimum: 2 en

 een halve periode is 8; de periode is 16:

 Een beginpunt (van een cosinus) is

**b** maximum: -2 en minimum: -11 en

 de periode is :

 een beginpunt (voor de cosinus) is :

 een beginpunt (voor de –cosinus) is :

 een beginpunt (voor de sinus) is :

**U8**

**a** De periode is 32 minuten. Een kwart periode is dan 8 minuten.

 Het minimum is (). Op tijdstip en bevindt de persoon zich op hoogte m en op tijdstip op hoogte 165 m.

**b**

**U9**

**a**

**b** amplitude: 4 en periode:

 en

**Vergelijkingen oplossen**

**34**

**a**

**b**

**c**

**d**

**e**

**f**

**35**

**a** Er zijn 6 oplossingen. **b**

**c** De grafiek is symmetrisch in de lijn :

**d**

**e** , en (oplossingen a, c en e)

 , en (oplossingen b, d en f)

**36**

**a**/**b** , waarbij een geheel getal is.

**c**

 , , , , en

**O37**

**a** beide kanten delen door 6

**b**

**c**

**d**

 De oplossingen op het interval zijn:

**37**

**a** **b**

 , , en , ,

**c** **d**

 en en

**38** , en

**39**

**a** 

**b**

**c**

**d**

**40**

**a** of

**b**

**c** In 1 periode is één keer maximaal. Als de vergelijking dus vier oplossingen moet hebben moeten er 4 periodes liggen tussen . Eén periode is dan . Daarmee is .

**U10**

**a**

**b** geeft

 De oplossingen op : , , en

**U11**

**a**

**b**

 invoer: en

 intersect: en

Dan is op ongeveer dagen de daglengte langer dan 15 uur.

**Gemengde opdrachten**

**41**

**a**

 periode is , dus één periode is :

**b** en nu is periode gelijk aan . Eén periode is :

**c** (want de grafiek is op tijdstip dalend) en

**d** De periode is en de amplitude 2.

**e**

 Dus

**42**

**a** **b**

 , en en

**43**

**a** maximum: 4 en minimum: -2 en

 De periode is .

**b** Het beginpunt (maximum) ligt een kwart periode links van :

**c** Bijvoorbeeld: naar rechts en 1 omlaag verschuiven

**d**

**44**

**a** Invoer: maximum: en minimum: en

**b** en

 de periode is en dus is ()

 het beginpunt ligt een kwart periode voor :

**45**

**a** wordt verdeeld in vijf gelijke stukken. Dus de afstand tussen twee hoekpunten is .

**b**

**c**

**46** De hoogte moet minstens 4 mm zijn (twee keer de amplitude). De eenheid op de verticale as moet dan 0,5 mm zijn.

Frequentie van 50 Hz betekent 50 trillingen per seconde. Eén periode is 0,02 sec. Dus de eenheid op de horizontale as moet 0,002 s zijn.

**Samenvatting**

**S1**

**a** Hoeken van en dus radialen

**b** Die hoeken zijn en dus radialen

**S2**

**a** De grafiek van is symmetrisch in alle punten op de evenwichtsstand; …

**b** De grafiek van is symmetrisch in alle verticale lijnen door de toppen; …

**S3**

**a** **b**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  **(in graden)** | 140 | 300 | 1,3 | 143,2 |
|  **(in radialen)** |   |  | 0,023 | 2,5 |

**S4**

**S5** : amplitude: 5 evenwichtsstand: periode:

 : amplitude: 3 evenwichtsstand: periode:

**S6**

**a** maximum: 2 en minimum: -4 en

 halve periode is 2, een hele periode 4:

 een beginpunt is periode na :

**b** periode 12: amplitude:

**S7**

**a** **b**

 , ,

 en , , , …

**Test jezelf**

**T1**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  **(in graden)** | 45 | 125 | 29,79 | 229,18 | 600 | 100,27 |
|  **(in radialen)** |  |  | 0,52 | 4 |  | 1,75 |

**T2**

**a** **d** **g**

**b** **e** **h**

**c** **f**

**T3** maximum: 1 en minimum: -5 en

 halve periode is 5, een hele periode 10:

 een beginpunt is

 maximum: 8 en minimum: -4 en

periode is , dus en de grafiek gaat in stijgend door de evenwichtsstand

**T4**

**a** **b**

 , , en

 , , ,

**c** **d**

 , en , , , , ,

**T5**

**a** 20 trillingen per seconde: 1 trilling per seconde. De amplitude is 5.

**b**

**c** Voer in: en intersect:

 Ongeveer 0,01 seconde groter dan 4 mm.

**T6**

**a** **b**

**T7**

**a**

**b**

**T8**

**a**

**b**

**c** en

**T9** maximum is ongeveer 51,5 cm en minimum ongeveer -77 cm

 De periode is ongeveer 12 uur en 26 minuten

 , en

**Extra oefeningen**

**E1**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  *in graden* | 20,05 | 30 | 77 | 135 | 210 | 1317,80 |
|  *in radialen* | 0,35 |  | 1,34 |  |  | 23 |

**E2**

**a** amplitude: 5 evenwichtsstand:

**b** periode: amplitude: 2

**c**

**d**

**E3**

**a** : halve periode is , dus de periode is en de amplitude is

 : de periode is en de amplitude is

**b** en

**E4**

**a**  **b** 

  

**c**  **d** 

  

**E5**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | -1 |  |
|  |  |  |  | 0 |  |

**a**

**b**

**E6**

**a** periode is 24, dus

**b** amplitude is 3

**c** In één periode snijdt de grafiek van de -as twee keer. In passen 250 periodes, dus de grafiek snijdt de -as 500 keer op dat interval.

**d** en

**E7**

**a**

**b** maximum: (0,64; 5) en

minimum: (3,79; -5)

 en

Periode is , dus

Beginpunt: