Hoofdstuk 7: ***Exponenten en logaritmen***

**V1**

**a**

De groeifactor per uur is 1,30

**b** De groeifactor per dag is

**c** op tijdstip en op tijdstip

**d**

 invoer: en intersect:

 Na bijna 6,5 uur waren er 660 bacteriën.

**V2**

**a** **b**

**V3**

**a** invullen:

**b** . Dan is de groeifactor per week

**c** en de groeifactor per 6 uur

**V4**

**a**

**b**

**c**

**d**

**V5**

**a** **b** **c** **d**

**e** **f** **g** **h**

**V6**

**a** **b** **c** **d**

**e**  **f** 

  

**V7**

**a**  **b** 

**Exponentiële functies**

**1**

**a** Als de groeifactor groter is dan 1 is de grafiek stijgend (*h* en *i*). Is , dan is er sprake van een procentuele daling en dus van een dalende grafiek (*j* en *k*).

**b** Er wordt dan elke keer met een getal vermenigvuldigd dat groter is dan 1. Dus is er sprake van een toename.

**c** De lijn  is de horizontale asymptoot.

**d** *h*(*x*): (0, 2) *i*(*x*): (0, 0.5) *j*(*x*): (0, 1) *k*(*x*): (0, 10)

**2**

**a** De grafieken van *f* en *k* zijn stijgend en de functies *g* en *h* zijn dalend.

**b** *f*(*x*): (0, 20) *g*(*x*): (0, 1) *h*(*x*): (0, 2.1) *k*(*x*): (0, 1)

**c**  en 

**d** Het domein is  en het bereik .

**e** Alle grafieken hebben dezelfde horizontale asymptoot: .

**3**

*g*

*f*

**a**

**b** , dus zijn ze elkaars

spiegelbeeld in de *y*-as.

**c** 

**d** 

**4**

**a** 

**b** 

**c** 

**d** 

 

**e** Alleen van de beeldgrafiek van *g*(*x*) is de horizontale asymptoot . Van de andere beeldgrafieken .

**O5**

**a** spiegeling in de *y*-as

**b** vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as met 7 en een verschuiving van 6 omhoog

**c**

**d** 

**e** 

**f** 

**g** 

**5**

**a** 

**b** 

**c** 

 

**O6**

**a** 

**b** de eerste: 2 naar links verschuiven

 tweede: vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as met 25

**6**

**a** *g*(*x*): vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as met 8 *h*(*x*): verschuiving van 3 naar links.

**b** de grafieken vallen samen

**c** 

**d** vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as met .

 : een verschuiving van 2 naar rechts

**e** vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as met 2.

 : een verschuiving van  naar links.

**7**

**a**

**b** 

**c** 

**8** 



**U1**

**a** horizontale asymptoot is : 

  geeft 

  geeft  en dus is 

**b** asymptoot is :   geeft 

  geeft 

**c**   en 

  

  

 

**U2**

**a** *f*(*x*) heeft geen verticale asymptoot want  voor alle waarden van *x*.

Voor grote negatieve waarde van *x* wordt 2*x* vrijwel gelijk aan 0 en nadert de functiewaarde naar 2. Voor grote positieve waarden van *x* wordt 2*x* heel erg groot. De noemer wordt dan heel erg groot en de breuk nadert dan naar 0.

Horizontale asymptoten: en .

**b** grote negatieve waarden: 2*x* nadert naar 0 en *f*(*x*) naar 4:

**c** grote negatieve waarden: 2*-x* wordt dan heel erg groot, dus de breuk nadert dan naar 0 en voor grote positieve waarden wordt 2*x* heel erg groot: .

**d** grote negatieve waarden van *x*: de teller nadert naar 0 en de noemer wordt heel erg groot:  Voor grote positieve waarden van *x* wordt 2*-x* bijna gelijk aan 0. Teller en noemer worden nagenoeg gelijk aan elkaar: .

**Exponentiële vergelijkingen**

**9**

**a** links en rechts delen door 2

**b**

**c** geeft

**O10**

**a**  **c/d**  **e** 

   

**b** , en

**f**

**10**

**a**  **b**  **c**  **d** 

    

**e** **f** **g**

**h**  **i**  **j** 

   

**11**

**a** **b** **c**

**d**  **e**  **f** 

   

**O12**

**a**  en 

**b** 

 

**c** bij  ligt de grafiek van *f* lager dan die van *g*.

**d**  voor .

**12**

**a**  **b**  voor 

 

**13**

**a**   

   

**b** voor

**c**  **d** 

**14**

**a**

**b** voor

**15**

**a** **c**

**b** voor

**d** Ze liggen allebei even ver van de lijn en op hoogte 4

**e** Stel *P*(*p*, 10) ligt op de grafiek van *g*: 

 Dan is *Q*() en ligt *Q* op de grafiek van *f*.

 , dus dat klopt.

**16**

**a**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *g(x)* |  | 1 | 8 | 16 | 8 | 1 |  |

**b** Voor grote waarden van *x* wordt de macht heel erg groot negatief en de functiewaarden naderen dan naar 0.

**c** 

 

**d**    voor

   

**e** invoer:  en  intersect: 

  voor 

**U3**

**a** 

**b** het minimum van *f* is als  minimaal is. Deze is minimaal -2 als , dus *f* is minimaal .

**c**   **d** 

   

  

**U4**

**a** gezien de kleuren zal dat van 6 functies zijn.

**b** Voor grote positieve waarden van *x*, wordt  ook heel erg groot. De noemer wordt heel groot en daarmee gaat de breuk naar 0. Horizontale asymptoot: 

 Voor grote negatieve waarden van *x*, wordt  vrijwel gelijk aan 0. De noemer nadert naar 2 daarmee gaat de breuk naar 4. Horizontale asymptoot: .

**c** **d**

  

**e** invoer:  en  intersect: 

**Logaritmen**

**17**



**a** Omdat je 18 niet als macht van 3 kunt schrijven

**b** en

**c** invoer: en intersect:

**18** c, d en e kun je exact oplossen

**19**

**a** en , dus de oplossing ligt tussen 2 en 3.

**b** de oplossing van ligt tussen 2 en 3. (15 is ongeveer halverwege de 9 en 27) de oplossing van ligt tussen 2 en 3. (38 ligt aan het begin van het interval 36 – 216)

 De oplossing van is dus groter.

**20**

**a** **c** **e**

**b** **d** **f**

**21**

**a** **c** **e**

**b** **d** **f**

**22**

**a** omdat **c** omdat

**b** omdat **d** omdat

**23** De machten van 5: , , , en

.

**O24**

**a** **b** **c**

**d** **e**

**f** **h**

**g** **i**

**24**

**a** **d**

**b** **e**

**c** **f**

**O25**

**a** **b** **c**

**25**

**a** **c** **d**

**b**

**e** **f**

**26**

**a** en

**b** Het aantal zijden wordt telkens 4 keer zo groot en de lengte wordt 3 keer zo klein.

 De totale lengte wordt keer zo groot. En de beginwaarde is 27.

**c** **d**

**e**

**U5**

**a** **b** **c**

**d** **e**  **f**

**U6**

**a** de tijd die nodig is om een hoeveelheid 5 keer zo groot te maken

**b** Een hoeveelheid wordt in tijd en wordt daarna in tijd gelijk aan . Dan wordt dus in tijd de hoeveelheid 35 keer zo groot.

**c**

In totaal is de hoeveelheid keer zo groot geworden. Dat gebeurt in tijd.

**Logaritmen berekenen**

**27**

**a** , , , en

**b**

**c** De machten van 10 geven een geheel antwoord.

**d** en

**28**

**a**

**b**

**O29**

**a** **b** **c** klopt

**d** klopt

**e** , en

**29**

**a** De oplossing van is

**b** , en

**c** , en

**30**

**a** **b** **c**

**31**

**a** **c**

**b** **d**

**32**

**a** **b** **c**

**d** **e** **f**

**33** De oplossing van is

 en en dus

**O34**

**a** omdat zowel 4 als 128 als macht van 2 te schrijven is

**b**

**c** en

**d**

**34**

**a** **b**

**c** **d**

**e**

**35**

**U7**

**a** **b**

**c**

**d**

**e**

**Grafieken van logaritmische functies**

*f(x)*

*g(x)*

**36**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  | 1 | 2 | 4 | 8 |

**a**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* |  |  | 1 | 2 | 4 | 8 |
| *g*(*x*) | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |

**b**

**c**

**d** Ze zijn elkaars spiegelbeeld in de lijn .

**e** De grafiek van heeft een horizontale asymptoot: en de grafiek van een verticale asymptoot: .

*f(x)*

*k(x)*

**37**

**a**

**b** Het snijpunt van met de -as is (0, 1)

**c** het snijpunt van met de -as is (1, 0)

**d** domein en bereik :

domein en bereik :

**e** De grafiek van heeft een horizontale asymptoot:

 en de grafiek van heeft een verticale

asymptoot: .

**38**

**a** Beide grafieken gaan door (1, 0)

**b** en

**c** Als dan is stijgend en als dan is dalend.

**O39**

**a** … neemt af

**b** is dalend, dus als toeneemt, neemt af en als afneemt neemt toe.

**c** is dalend, want als toeneemt, neemt af en dus neemt af.

**39**

**a** is stijgend en is stijgend, dus is stijgend.

**b** is dalend en is stijgend, dus is dalend.

**c** is dalend

**d** is dalend en is stijgend, dus is stijgend.

**e** is dalend, is stijgend, is dalend, dus is stijgend.

**f** is stijgend en is dalend, dus is dalend.

**40**

**a** **c**

 domein:

**b** Door een verschuiving van 3 naar links.

**d** voor

**e** De lijn is de verticale asymptoot van .

**f**

 domein: nulpunt: (4, 0) asymptoot:

**O41**

**a** **b** **c**

**d** domein: nulpunt: asymptoot:

**e** domein: nulpunt: asymptoot:

**f** domein: nulpunt: asymptoot:

**g** domein: nulpunt: asymptoot:

**41**

**a** domein: nulpunt: asymptoot:

**b** **c**

 asymptoot: asymptoot:

**d** domein: asymptoot:

**e** **f**

 asymptoot: asymptoot:

**42**

**a**

**b**

**c** en

**d**

**U8** de asymptoot: geeft

 door : geeft

 klopt.

**U9**

**a** asymptoten:

 en

**b** asymptoten:

 en

**Gemengde opdrachten**

**43**

**a** fout **d** fout () **g** fout **j** goed

**b** goed **e** fout **h** fout ()

**c** goed **f** fout **i** fout

**44**

**a**

**b**

**c** en

**45**

**a** Voor alle waarden van is , dus domein: Bereik:

**b** De top van is als . Daar is ook de top van , en .

**c** De grafiek heeft geen asymptoten want het domein is .

**d**

**46**

**a**

**b**

 domein: en bereik:

**c** De verticale asymptoten: en

**d**

**47**

**a** **b** **c**

**d** **e** **f**

**48**

**a** Boog is het -ste deel van de omtrek. Hoek is dan ook het -ste deel van de volle hoek, dus

: bijna 0.

**b**



 mm

**49**

**a**

**b** De grafiek is geen rechte lijn en ook niet afnemend stijgend

**c** geeft

 :

 De tweede formule klopt beter.

**Leerdoelen bereikt?**

**L1**

**a**

**b**

**c**

**L2**

**a** **b**

**L3**

**a** **b**

**L4**

**a** **b**

**L5**

**a** **b** **c** **d**

**L6**

**a** **b** **c**

**d**

**L7**

**a** **c**

**b** **d**

**L8**

**a** alle grafieken van de functies gaan door .

**b** en

**c** De logaritmische functies hebben een verticale asymptoot:

 De exponentiële functies hebben een horizontale asymptoot: .

**d** is dalend en is stijgend, dus is dalend.

**L9** domein: vert. asymptoot nulpunt: bereik:

**a**

**b**

**c**

**d**

**Extra oefening**

**E1**

**E2**

**a**

**b**

**c**

**d**

**e**

**E3**

**a** **b** **c** **d**

**E4**

**a** **b** **c** **d**

**E5**

**a** **b** **c** **d**

**E6**

**a** **b** alle getallen van de vorm:

 dus b.v.: … 6 18 54 162 486 …

**E7**

**a** **b** **c**

**d** **e** **f**

**E8**

**a** **b c**  **d**

**E9**

**a** **c**

**b** **d**

**E10**

**a** **b** **c** **d**

**E11**

**a** **c**

**b** **d**

**E12**

**a** en zijn stijgend: de groeifactor is groter dan 1

**b**

**E13** stijgend: en dalend: en

**E14**

**a** is stijgend; is stijgend, dus is stijgend.

**b** is dalend; is stijgend, dus is dalend.

**c** is stijgend; is stijgend, dus is stijgend.

**d** is stijgend; is stijgend; is dalend, dus is

dalend.

**E15** bereik:

 verticale asymptoten: en

**E16**

**a** bereik:

 verticale asymptoot:

**b** bereik:

 verticale asymptoot:

**c** bereik:

 verticale asymptoot:

**d** bereik:

 vert. asymptoten: en

**E17**

**a**

**b** verticale asymptoten: en

**c**

 Het maximum van is

**d** het maximum van ligt bij het maximum van . Dus

**e** bereik:

**Test jezelf**

**T1**

**a** en zijn stijgend

**b** kijk naar de snijpunten met de -as: (**D**) (**C**) (**B**)

 en (**A**)

**c** : : : :

**d** snijpunten met de -as: zie **b**

 snijpunten met de -as:

**e**

**T2**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***t*** | 0 | 1 | 5 | 10 |
| ***Tverschil*** | 20 | 18,5 | 13,5 | 9,2 |
| ***T*** | 5 | 6,5 | 11,5 | 15,8 |

**a**

**b**

**c**

 invoer: en intersect:

 Na 3,7 minuten (3 minuten en 41 seconde) is de temperatuur 10°C.

**T3** Als het grondtal groter is dan 1, dan is de logaritmische functie stijgend. Voor een getal groter dan 1 is de logaritme positief en anders negatief (). Dus , en zijn negatief.

 Als het grondtal kleiner is dan 1 dan is dat net andersom. Dus is negatief.

**T4**

**a** **d**

**b** **e**

**c** **f**

**T5**

**a**

**b** voor

**c** invoer: en intersect:

**T6**

**a** **b** **c**

**d** **e** **f**

 oplossing: oplossing:

**T7**

**a** is dalend en is dalend, dus is stijgend

**b** is dalend en is stijgend, dus is dalend

**c** is dalend, is stijgend; is dalend; is stijgend

**T8**

**a**

 De verticale asymptoot van de drie functies is .

**b** De functies en hebben hetzelfde domein.

**c** De grafiek van **B** hoort bij (zie domein).

 dus die hoort bij grafiek **A**; : grafiek **C**.

**T9**

**a** **b** **c**

**d**  **e**  **f** 

   

**T10**

**a**  **c** 



**b** verticale asymptoot:  oplossing: 