Hoofdstuk 18: ***Toepassingen van integreren***

**V1**

**a**

**b**

**c**

**d**

**e**

**f**

**V2**

**a** **b**

**V3**

**a** 

**b** 

**c**  

**d**  

**e** 

**f**

**V4**

**a** 

**b** 

**c** 

**d** 

**V5**

**a** **b**

**V6**

**a**

**b**  **c**  **d** 

**Integraal en oppervlakte**

**1**

**a**

**b**

**2**

**a**  en 

**b** 

**c**

**d** -

**O3**

**a** de grafiek van ligt boven die van .

**b** de bovenste – de onderste

**c**



**d**

**e**

**f**

**3**

**a**

**b**

**4**

**a**

(2, 1)

(4, 3) en (9, 8)

**b**

**c**

**5**

**a**

**b**

**c**

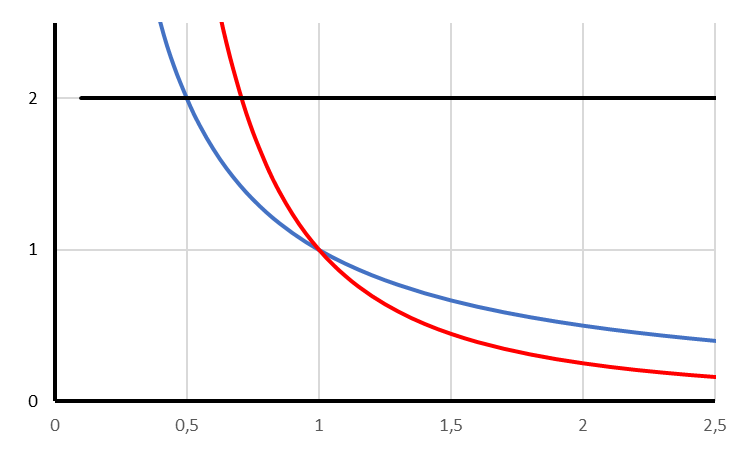
**6**

**7**

**a** en

**b**

**8**



*H*

*G*

**a**

**b** (Dit mag ook met de GR!)

De oppervlakten zijn niet gelijk.

**b**

invoer: en intersect:

Voor is de oppervlakte voor ’t eerst groter dan 3.

**9**

**a**

**b**

**c**

**U1**

**a** **b**

**Omwentelingslichamen**

**10**

**a** de straal is ; de oppervlakte

**b** de straal is en de oppervlakte

**c** de Riemann-som gaat als naar 0 nadert naar

**d**

**11**

**a**

**b**

**c**

**12**

**a** dan moet je het gebied 1 naar beneden verschuiven.

**b**

**13**

**a/b**

**O14**

**a**

**b** omdat de grafiek van hoger ligt dan die van

**c**

**d**

**14**

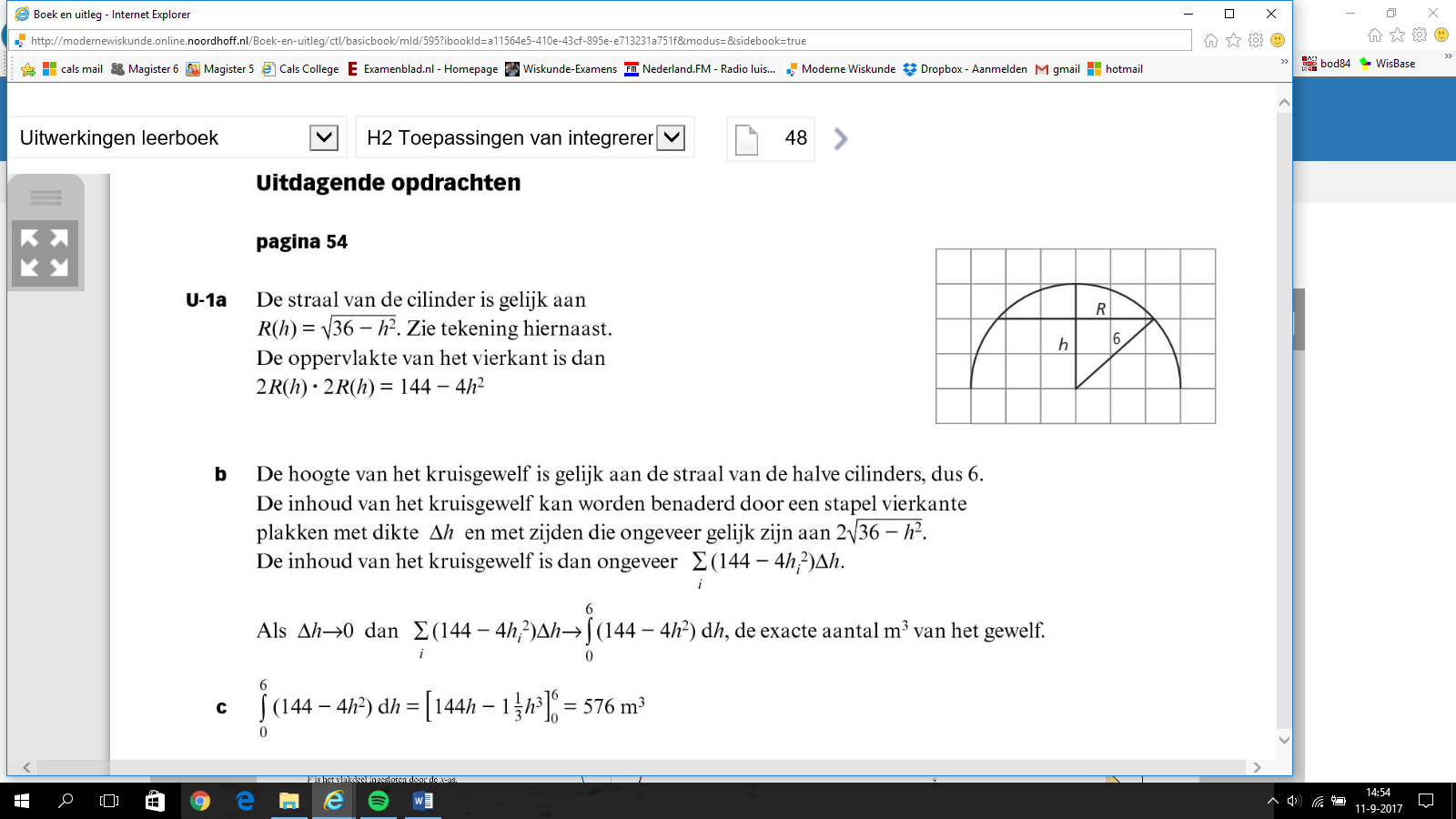
**a** **b**

**15**

**a**

**b**

**16**



**U2**

**a** de cilinders hebben straal 6. De hoogte van het kruisgewelf is dus ook 6.

**b** De inhoud is de Riemannsom van de balkjes met vierkant grondvlak van 2*R* bij 2*R* en hoogte .

**c** m3

**U3** Nee. Gebied 1 wordt o.a. begrensd door de -as. Bij wentelen om de -as krijg je een compact omwentelingslichaam. Verschuif je gebied 1 omhoog (gebied 2) en ga je dan wentelen om de -as krijg je een omwentelingslichaam met een ‘gat’ erin. De inhoud van is groter.

**Wentelen om de -as**

**17**

**a**

**b/c**

**18**

**a**

**b**

**c/d**

**O19**

**a** langs de -as: en 12 langs de -as: 3 en 12

**b**

**c/d**

**19**

**a**





**b**

**20**

**a**

**b**

**O21**

**a** **b**

**c**

(0, 0) en (4, 12)

**d** (0, 0) en (12, 4)

**e/f**

**21**

**a**

**b**

**22** de parabool gaat door (0, 0) en (30, 100):

Wentel deze parabool om de -as.

De inverse:

cm3

Half gevuld: cm3

Er kan nog 106 028 cm3 water in (net iets meer dan 106 liter)

**23**

**a** spiegelen in de lijn :

**b**

De inhoud van de koeltoren is een factor 253 keer zo groot: m3.

**U4**

**a**

**b**

**U5** om de -as:

om de -as:

Als je wentelt om de -as is de inhoud groter.

**Variabele grenzen**

**24**

**a**

**b**

**O25**

**a** **b**

**c**

**25** geeft

**26**

Invoer: zero:

**27**

**28**

**a**

**b**

en dus onafhankelijk van .

**29**

**30**

**a**

Voor grote waarden van wordt nagenoeg gelijk aan 0.

De grafiek van nadert dan naar 50.

**b**

s

**31**

**a**

**b**

**c**

**32**

**a** De grafiek van is een halve cirkel. Het omwentelingslichaam is dan een bol.

**b**

**c** Wentel de lijn tussen en om de -as.

**U6** diagonaal: en de kwart cirkel:

Geel:

Blauw en geel:

Rood, blauw en geel:

De inhouden zijn dus allemaal gelijk aan

**U7**

**Gemengde opdrachten**

**33**

**a** **b**

en

**c**

**34**

**a/b** Kantel de emmer. Het middelpunt van de bodem van de emmer is de oorsprong.

De lijn gaat dan door (0, 10) en (40, 20)

cm3 29 liter

**35**

**a**

kettingregel:

**b**

**c**

**36**

**a** : (4, 20)

geeft , dus

**b**

Oppervlakte tussen de twee schuine lijnen:

**37** de inverse functie van is .

**38**

**a**

**b**

**c** Bijvoorbeeld de functie .

**39**

**a**

**b**

**c**

**d**

**e** lengte van de baan van (0, ):

oppervlakte van de cirkel met straal :

**Samenvatting**

**S1**

**S2**

**S3**

**a** en

**b**

**S4**

**S5**

**a**

**b** **c**

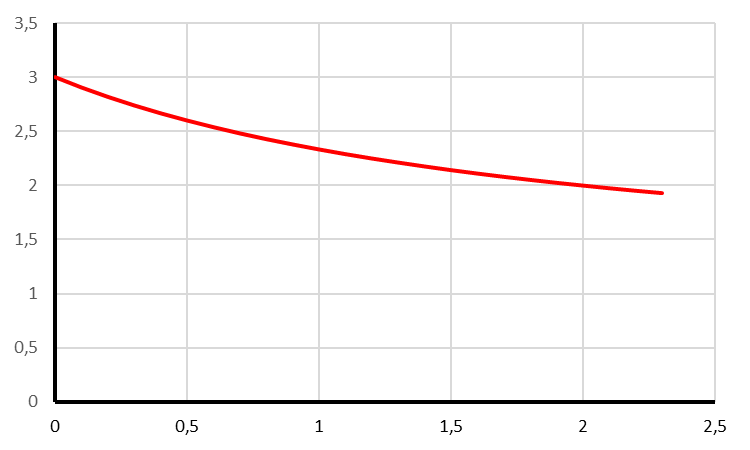
**Test jezelf**

**T1**

**T2**

**T3**

**T4**



*G*

**a**

**b**

en dus

**c**

**T5**

**a** (met de GR)

**b**

**c**

**T6**

**a**

**b**

**c**

**T7**

**a**

**b**

**c**

geeft

**T8**

(inhoud van de cilinder), dus

Het verschil is .

**T9** of

invoer: en

intersect: intersect:

**Extra oefening**

**E1**

**a**

**b**

**c** Snijpunten: (-2, 0) en (3, 5)

en

en

**d/e**

**E2**

**a**

**b/c**

**E3**

**a**

**b**

**E4**

**E5**

**a** en

**b**

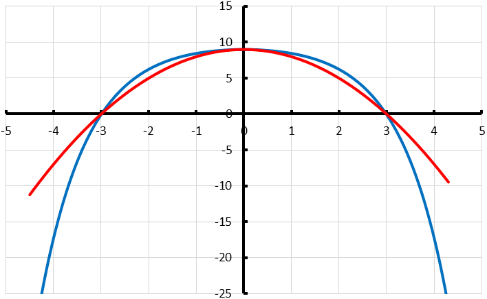
**E6**

**a**

**b**

**c**

**E7**

****

**E8**

**a**

**b**

invoer:

zero:

**c**

**d**

**e** Het verschil is ongeveer 4.