Hoofdstuk 20: ***Goniometrische formules***

**V1**

**a** ( naar links verschoven).

**b** (symmetrisch in de -as)

 ( naar rechts verschoven)

**c** ( naar rechts verschoven)

**d** (symmetrisch in de -as)

 ( naar links verschoven).

**V2**

**a**

**b**

**c**

**V3**

**a** **b**

**c** **d**

**V4**

**a** **b**

**c** **d**

**V5**

**a** **d**

**b** **e**

**c** **f**

**V6**

**a**

**b**

 , of

**c**

 geeft

 , , of

 De extreme waarden van zijn: (randmaximum), (minimum),

 (maximum) en (minimum).

**Somformules**

**1**

**a** en

**b**

 (de lengte van de vectoren en is 1 want en liggen op de eenheidscirkel)

**c** en

**d**

**e** : verschuif de grafiek van naar rechts.

 grafieken naar links verschuiven: en

 . Dus:

**2**

**a**

**b**

**3**

 want want

 en

**4**

**a**

**b**

**5**

**6**

**a** **b**

**7**

**a**

**b**

**c**

**8**

**a** **b**

**c**

**O9**

**a** en

**b**

**c** en neem .

 ofwel

**d**

**e** en neem .

 ofwel

**f**

**9**

**a**

**b**

**c**

**d**

**10**

**a**

**b**

**c**

**11**

**a**

**b**

**U1**

**a**

**b**

**c** en

**d** en

**Vergelijkingen**

**12**

 , , en

**13**

 , , , , en

**14**

**a** **b**

**c**

**15**

**a** omdat 2 niet gelijk is aan 3

**b** als je de grafiek van naar rechts verschuift krijg je die van

**O16**

**a**

**b**

**c**

**d**

**e**

 geen oplossing

**f**

 geeft

 geen opl.

**g**

 )

**h**

 geeft

 geen opl.

**17**

**a** **b**

**c** **d**

 , of

 , , of

 of

**18**

**a** **b** voor

 , , en

**c**

 , , en

 voor

**19**

**a**

**b**

**c**

 In , , en is de helling gelijk aan

**d**

**20**

**a**

 voor

**b**

 Dus de gevraagde oppervlakte is

**c**

 geeft

 Minima: , , en maxima: ,

**d** Bereik:

**U2**

**a**

 Snijpunten: , (0, 0) en

**b**

**c**

**Goniometrische functies onderzoeken**

**21**

**a**

 , , en

**b**

 maxima: (0, 1), en minima: en

**c**

**d**

**O22**

**a** Ze zijn gelijk!

**b** somformule:

**c**

**d**

**e**

**f**

**22**

**a** De grafieken vallen samen!

**b**

**c**

**23**

**a**

 (0, 3) en

**b**

**c**

**24**

**a**

 snijpunten:

**b**

 en

**c**

**d** een spiegeling in de -as gevolgd door een verschuiving van naar rechts en 1 omhoog

**e**

**25**

**a**

 geeft

**b**

 geeft

 Buigpunten: en

**c**

 en geeft en

**d**

**26**

**a**

 , , en

**b**

 geeft

 De randextremen zijn en maximum

**c**

 vertical asymptoten: en

**d**

 De grafiek snijdt de -as onder een hoek van 60°.

**27**

**a**

**b**

 Snijpunten: en

**c** en

 , dus de grafieken snijden elkaar niet loodrecht.

**U3**

**a**

**b**

**c** Als de grafiek symmetrisch is in (0, 0) en je verschuift die naar rechts, dan is symmetrisch in .

**d**

**e** De grafiek van is puntsymmetrisch in (0, 0). Verschuif je deze naar rechts dan is die symmetrisch in .

**Parametervoorstellingen**

**28**

**a** De amplitude van en is 1 dus en ook .

**b** de periode van is en de periode van is

**c** Na 6 seconden heeft de baan één keer doorlopen.

**29**

**a** de periode van is en de periode van is .

 De gemeenschappelijke periode is 24.

**b** en

 Horizontale raaklijn in (3, 0) (-3, 0)

**30**

**a** voer in: en en bepaal aan de hand van de grafiek de periode:

**b**

 en

 Dus en

**c** in als , dus als

**d** De snelheid in is 0

**e** en dus

**31**

**a** en

**b** met de -as: met de -as:

 en en

**c** evenwijdig met -as: evenwijdig met -as:

 en

**d** Voor ligt punt op de -as.

 Dus de kromme is symmetrisch in de -as.

**e** in : en in :

**32**

**a**

**b**

**c**

**33**

**a**

**b** beide kanten delen door 3

**c** **d**

**e**

**f**

**g** de amplitude van is 3, dus

**33**

**a**

 (2, 0)

**b**

**c**

**34**

**a**

**b**

**U4**

**a**

**b** De eindpunten van de assen liggen op de lijn en

 en en

 lengte lange as: lengte korte as:

**c** en

**Gemengde opdrachten**

**35**

**a**

 en dit geldt ook voor

**b** De periode van de kromme is .

**c**

 en

**d** en

 gaat door dus

**e**

**f** het maximum van is 6 als en

 En dat is wanneer en

**36**

**a** geeft

 , , en

**b**

 ,

 Randminima: ; maxima: ; minimum:

**c**

**37**

**a**

 ,

 , , , , , en

 en

 en

 De hoek waaronder de kromme zichzelf snijdt is

**b**

 heeft twee oplossingen

 Dus moet ook vier oplossingen hebben (twee voor elk snijpunt).

**38**

**a**

 dus en

**b**

 Randmaxima: en minimum:

**c**

**39**

**a** Punt gaat over een cirkel met middelpunt (0, 0) en straal

**b** De omtrek van de groene cirkel . Middelpunt legt een afstand af van af. Punt kan dan keer om draaien.

**c** de periode van is , dus

**d** het aantal knikken is

**e**

**f** in opgave 22 heb je aangetoond dat

 , dus

**Samenvatting**

**S1** met geeft

**S2**

**a** **b**

**c**

**d** **e**

**S3**

**a**

 nulpunten: en

**b**

 extreme waarden: en

**c**

**S4** De periode van is en de periode van is

 De periode van de kromme is

**S5**

**a** en

 en …

 of

 of

 Verticale raaklijn in: , , en

**b**

 Voor en snijdt de kromme zichzelf in (-1, 0)

 en

 De hoek waaronder de baan zichzelf snijdt is

**Test jezelf**

**T1**

**a**

**b**

 , , , en

**T2**

**a** **b**

 , ,

 , , en ,

**c** **d**

 en

**T3**

**a**

**b**

 en

 dus

**c** De grafiek van is symmetrisch in de -as, dus de grafiek van ( naar rechts verschuiven) is symmetrisch in de lijn .

**T4**

**a** **b**

 , , , en , en

 voor

**c**

**d**

 , en

 , en de andere toppen hebben -coördinaat

**T5**

**a**

 geeft

 en

 maximum: en minimum:

**b**

**c** geeft

 , en

**T6**

**a**

 geeft en dus onafhankelijk van .

**b**

**c**

**T7**

**T8**

**a** en

 en

**b**

**c** is maximaal als en

 Dat is wanneer en . En dus in de punten en

**Extra oefening**

**E1**

**a** **b**

 , , en , , en

**c**

 , , , , en

**E2**

**a** , dus is symmetrisch in de -as

**b** geeft

 voor

**c**

 geeft

 Minima: en maximum:

**E3** De periode van is De periode van is

 De periode van de beweging is resp. 4, 4, 12 en 8 voor en 4.

**E4**

**a**

**b**

 , , en

**c**

 , , en

 en

**d** en

 gevraagde hoek: 60°

**E5**

**a**

**b** en

 en

 en

**E6**

**a** **b**

 en

 en ook

 en De helling is 0, dus loodrecht op de

 -as

**c**

 , en

**E7**

**a** en

**b**

 Op : , , , en

 (0, 1) en

**c**

**d**

**e**

**E8**

**a** oppervlakte cirkelsectoren: -de deel van oppervlakte cirkel:

 oppervlakte driehoeken:

**b**

 geeft