Hoofdstuk 22: ***Afsluiting meetkunde***

**V1**

**a** is een parallellogram, dus

, dus en

**b** De vergrotingsfactor is

**V2** In elke gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken gelijk aan elkaar. Als van twee gelijkbenige driehoeken de tophoeken gelijk zijn, dan zijn de basishoeken ook gelijk. De twee driehoeken zijn dan gelijkvormig (*hh*).

**V3**

**a** (*hh*) met vergrotingsfactor

**b** (*hh*) met vergrotingsfactor

**V4**

**a** **b**

(gelijkbenige driehoek)

**c** **d**

en dan is

en dan is

**V5**

**a**

geeft geeft

**b**

**V6**

**a** geeft

**b** De hellingshoek van is en die van is

De hoek tussen en is

**c** en

geeft

**d** gaat door (4, 0) en (0, 5). Dan is

m gaat door (3, 0) en (0, -12). Dan is

geeft

**V7**

**a**

Het snijpunt is (0, -3) en ligt op de -as.

**b** geeft

**Lijnen en cirkels**

**1**

het snijpunt: (2, 8)

**2**

(-2, 5) en (0, -1)

**3** Het middelpunt van de cirkel is (3, -1)

. Deze staat loodrecht op de raaklijn:

(7, 1) invullen: ofwel:

**4**

**a** De lijn gaat door , dus steunvector

De richtingscoëfficiënt is ; dan is de richtingsvector

**b** en

**c**

Raaklijnen: en

**d**

**5**

**a**

**b**

en

**6**

**a** raaklijn aan cirkel

**b**

**c**

De raakpunten zijn: (1, 7) en (5, -5)

**7**

**a** -

**b** De loodlijn op door (4, 3) gaat door het middelpunt.

gaat door :

Deze snijden met de -as geeft

**8** ligt op cirkel met middellijn : (Thales)

ligt op cirkel met middellijn : (Thales)

, dus ligt op .

**9**

**a**

en

en

**b**

**X1** **Drie cirkels**

de cirkels snijden met :

Het middelpunt van ligt precies tussen en :

**X2 Raaklijnen aan cirkels**

**a** (raaklijn aan cirkel)

met verhouding 5:3

(30, 0)

**b**

**c** (raaklijn aan cirkel) en (overstaande hoeken)

met verhouding 5:3

**d**

**Afstanden en hoeken**

**10**

**a** **b**

omdat tegengesteld is aan

**c** en

**11**

**a** en

**b**

**c**

**12**

**a** **c**

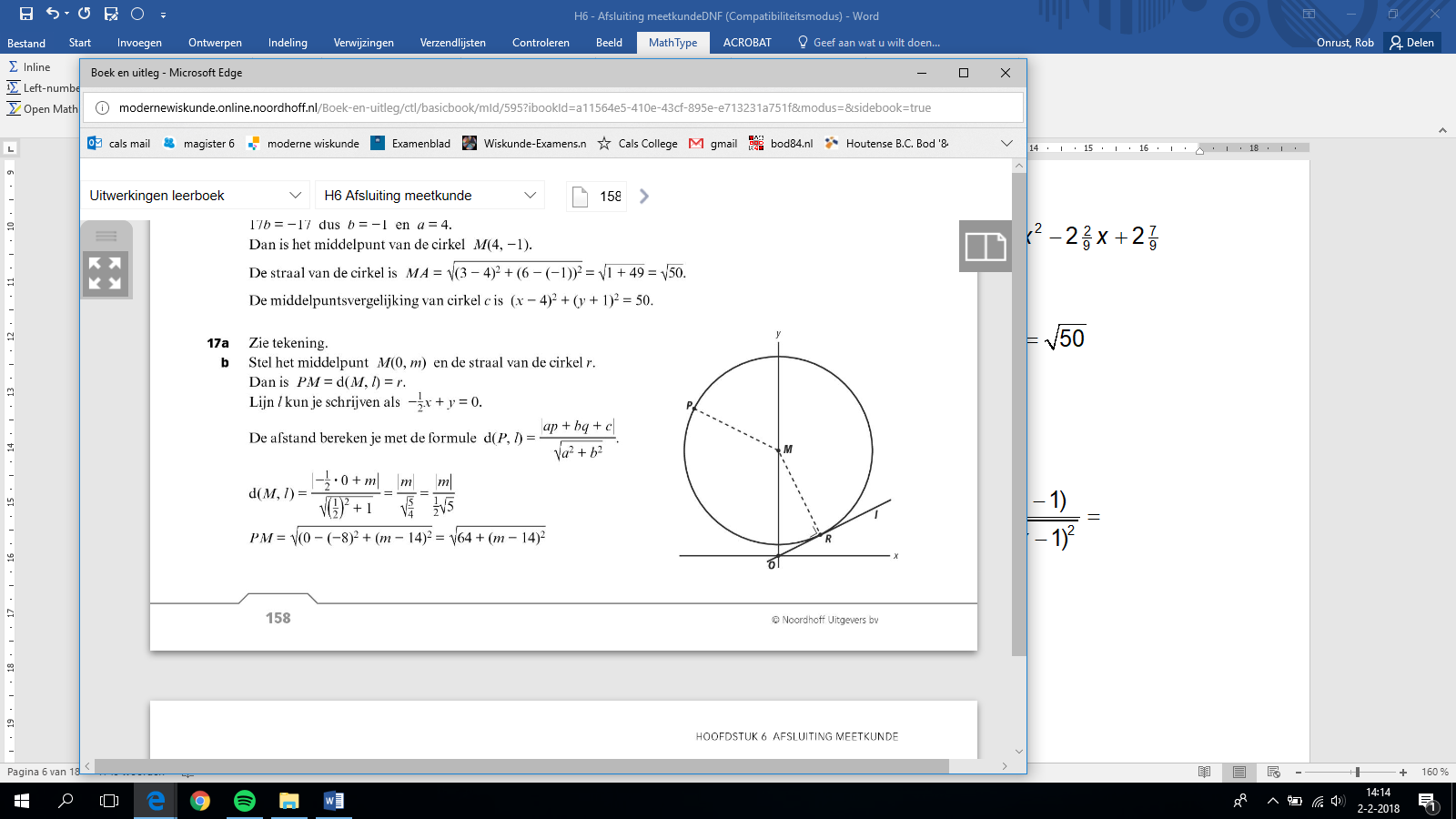
**b** **d**

**13**

**a** **b**

**c**

De bissectrices: en



**14**

**a**

met (0, )

en

**15**

en

Dus ligt op de parabool met vergelijking

**16**

**a**

De hoek tussen en is ongeveer 83°

**b** en

**c** , en

**17** , en

en

**18** is de cirkel met middelpunt (0, 0) en straal

De hoek tussen de raaklijnen is

**19**

**X3 De hoek tussen gemeenschappelijke raaklijnen**

**a** (-5, -1) en straal 2 (3, 5) en straal 5

**b** met vergrotingsfactor

**c**

dus

**X4 Hoogtelijnen en bissectrices**

gaat door (-15, 0):

is een gelijkbenige driehoek:

, dus (-hoeken). Dus : is de bissectrice van .

is de bissectrice van (bewijs op dezelfde manier).

**Zwaartepunten**

**20**

**21**

**a**

**b**

**22**

**a** De massa’s in en zijn even groot, dus is het midden van en :

**b**

**c**

**d**

**e** van en :

**23**

**a** en met (2, 5)

De zwaartepunten zijn: (7, 3) en (5, 6)

**b** en

**c**

**24**

**a** rechthoek en driehoek

met massa 18 en met massa 6.

:

**b** rechthoek en driehoek

met massa 18 en met massa 27

:

**25**

**a** : met massa 6

: met massa 24

: met massa 12

**b** : met massa

: met massa

Afbeelding met lijn, diagram, driehoek, Perceel

Automatisch gegenereerde beschrijving

**26**

**a** is het snijpunt van de lijn door naar het

midden van en door naar het midden

van .

is het snijpunt van de lijn door naar het

midden van en door naar het midden

van .

**b** Het zwaartepunt van vierhoek is het

zwaartepunt van de puntmassa’s en F met

massa’s gelijk aan de oppervlakte van de

driehoeken en .

**c** is het snijpunt van de lijn door naar het

midden van en door naar het midden

van .

is het snijpunt van de lijn door naar het

midden van en door naar het midden

van .

**d** is het snijpunt van en .

**e**

**27**

**a** Neem (3, 0) en (0, 6)

: met gewicht 72 en : met gewicht 9

**b** : met gewicht 27 en : met gewicht 54

**c** Het zwaartepunt is het snijpunt van en .

**d**

**X5 Het zwaartepunt van een veelhoek**

**a** De zwaartepunten van de driehoeken zijn: (-6, 2); (-3, 4); (0, 2); (3, 4) en (6, 2)

**b** de oppervlakte van het trapezium is 90

Het zwaartepunt van het vierkant is (0, -3) met gewicht 36

**c**

**Redeneren en rekenen**

**28**

**a** raakt aan de cirkel

**b** (4, 1)

**c** en

**d** (raaklijn aan cirkel) en

(straal) dus met factor 1:

Op dezelfde manier kun je aantonen dat

, dus

**e** Stel

Dan is

Dus (gelijke hoeken) met vergrotingsfactor 2

**f** en

**g** (raaklijnstukken) en

**h** Tja, weer 6!

**29** dus en

dus en

dus

geeft

**30**

**a**

(raaklijn aan cirkel) en

**b** ligt op de cirkel met middellijn , dus .

Stel en en dus

en

**31**

en

**32**

**a** , dus een vergelijking van de lijn is:

, dus een vergelijking van de lijn is:

en en dus ligt op de bissectrice van

en dus ligt ook op de bissectrice van

**b** , dus M ligt op de bissectrice van .

**c**

**33**

**a** , en

**b**

: zelfde richting dus

, dus ook

Vierhoek heeft twee paar evenwijdige zijden, dus is een parallellogram.

**c** , dus en , dus .

**d** **heb nog even geen idee hoe deze moet**

**34**

**a** **b**

**35**

**a**

en

**b**

Het middelpunt is met straal of met straal

en

**36**

**a** en

**b**

**X6 Hoogtelijnen**

**a**

en gaat door (5, 0):

en

Het midden van en is

, en , dus

**b** , dus ligt op een cirkel met middellijn (Thales); en middelpunt .

.

, dus ligt ook op een cirkel met middellijn (Thales): .

Hieruit volgt dat . Driehoek is een gelijkbenige driehoek. De zwaartelijn uit de top is dezelfde als de hoogtelijn uit de top. Dus .

**Gemengde opdrachten**

**37** Het middelpunt van ligt op de -as.

met , en

Het middelpunt van is (0, 17) en straal 18.

**38**

**a** , dus

ligt op een cirkel met middellijn (en dus met middelpunt ):

Driehoek is gelijkbenig.

**b**

en

**39** (hoekensom van een driehoek)

(hoekensom driehoek)

(gestrekte hoek)

**40** en dus is

En dus is

Tot slot: , dus is

**41**

**a**

**b** , en

, en

**c**

Dus voor elk punt op buiten de cirkel geldt:

**42**

**a** met massa 6; met massa 10; met massa 5 en met massa 9.

**b** met massa 36 en met massa 6

**Samenvatting**

**S1**

(-7, -4) en (8, 1)

**S2** en

en

**S3**

De raaklijn staat loodrecht op de straal:

**S4** raaklijn:

en

**S5**

**S6**

geeft en geeft

De hoek tussen l en m is

**S7**

**S8**

**a** Neem (0, 0)

, en

**b** (Thales)

is gemeenschappelijk en dus is

en

geeft

**Test jezelf**

**T1**

: cirkel met middelpunt (1, 5) en straal

Dus middelpunt ligt op de lijn met vergelijking

ligt ook op de middelloodlijn van :

geeft

Het middelpunt en straal :

**T2**

raaklijn, dus

en

**T3**

Het middelpunt ligt op de lijn door (1, 1) en loodrecht op :

en

**T4**

cirkel met middelpunt (2, 3) en straal 4.

**T5** en dus

De coördinaten van :

**T6**

**a** (raaklijn aan cirkel) en is gemeenschappelijk:

met vergrotingsfactor

geeft

**b** raakt de cirkel

of

De richtingscoëfficiënt van is

**c**

In geldt:

**T7**

**a** Het zwaartepunt van de figuur ligt precies tussen de zwaartepunten van het vierkant en de driehoek in.

Het zwaartepunt van het vierkant ligt op hoogte 3 en het zwaartepunt van de driehoek ligt op hoogte

Het zwaartepunt van de figuur ligt dus op hoogte

**b**